

МИНИСТЕРСТВО ОБЩЕГО И ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО  
ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Уфимский государственный авиационный технический университет

**ОПОРНЫЙ КОНСПЕКТ  
ПО ТЕОРИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

УФА-1997

1

МИНИСТЕРСТВО ОБЩЕГО И ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО  
ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Уфимский государственный авиационный технический университет

Кафедра теоретических основ электротехники

**ОПОРНЫЙ КОНСПЕКТ  
ПО ТЕОРИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

**УФА-1997**

Составители : Л.Е.Виноградова, В.С.Лукманов,  
Л.С.Медведева,И.Е.Чечулина

УДК 621.3(076.5)

Опорный конспект по теории электрических цепей : методические указания / УГАТУ- Сост. Л.Е.Виноградова, В.С.Лукманов,Л.С.Медведева, И.Е.Чечулина- Уфа, 1997, -35 с.

Методические указания предназначены для студентов, изучающих курсы “ Теоретические основы электротехники ” , “ Теоретическая электротехника ” , “ Основы теории цепей” . Материал разбит на основные темы в соответствии со стандартной программой и содержит краткие теоретические сведения в виде формул, таблиц, векторных диаграмм и электрических схем.

Ил. 58 . Табл.30 . Библиограф.: 3 назв.

Рецензент: профессор каф.АП,  
д-р техн.наук Шаймарданов Ф.А.

## Содержание

1 Резистивные цепи постоянного тока	4
1.1 Законы Ома и Кирхгофа	4
1.2 Методы контурных токов и узловых потенциалов	5
1.3 Теоремы линейных цепей	7
2 Линейные цепи при гармонических воздействиях	9
2.1 Пассивный двухполюсник при синусоидальном токе	9
2.2 Расчет сложных цепей при гармонических воздействиях	11
2.3 Расчет цепей при периодических воздействиях	12
2.4 Резонансные явления в линейных цепях	13
2.5 Цепи со взаимной индуктивностью	15
2.6 Трехфазные цепи	16
3 Четырехполюсники	18
3.1 Уравнения и схемы замещения пассивного четырехполюсника	18
3.2 Характеристические параметры четырехполюсника	20
3.3 Электрические фильтры	23
4 Переходные процессы в линейных электрических цепях	24
4.1 Классический метод расчета переходных процессов	24
4.2 Операторный метод расчета переходных процессов	27
4.3 Интеграл Дюамеля	29
5 Нелинейные электрические цепи	30
5.1 Расчет нелинейных цепей постоянного тока	30
5.2 Расчет нелинейных цепей переменного тока	33
Список литературы	34

1 Резистивные цепи постоянного тока

1.1 Законы Ома и Кирхгофа

$U = E - I R_E$ $P_E = E I$	$E = J / G_J$ $R_E = 1 / G_J$	$I = J - U G_J$ $P_J = U J$
	$I = \frac{U_{AB} + E}{R} + J$	
$\sum_{k=1}^m I_k = 0$		$-I_1 + I_2 - I_3 + I_4 = 0$
$\sum_{i=1}^M U_i = \sum_{j=1}^N E_j$		$I_1 R_1 + I_2 R_2 - I_3 R_3 + I_4 R_4 = E_1 + E_4$
$\sum_{i=1}^M P_{ис \tau_i} = \sum_{j=1}^N P_{прим_j}$		
$\sum_{i=1}^{M_E} P_{E_i} + \sum_{k=1}^{M_J} P_{J_k} = \sum_{j=1}^N I_j^2 R_j$		

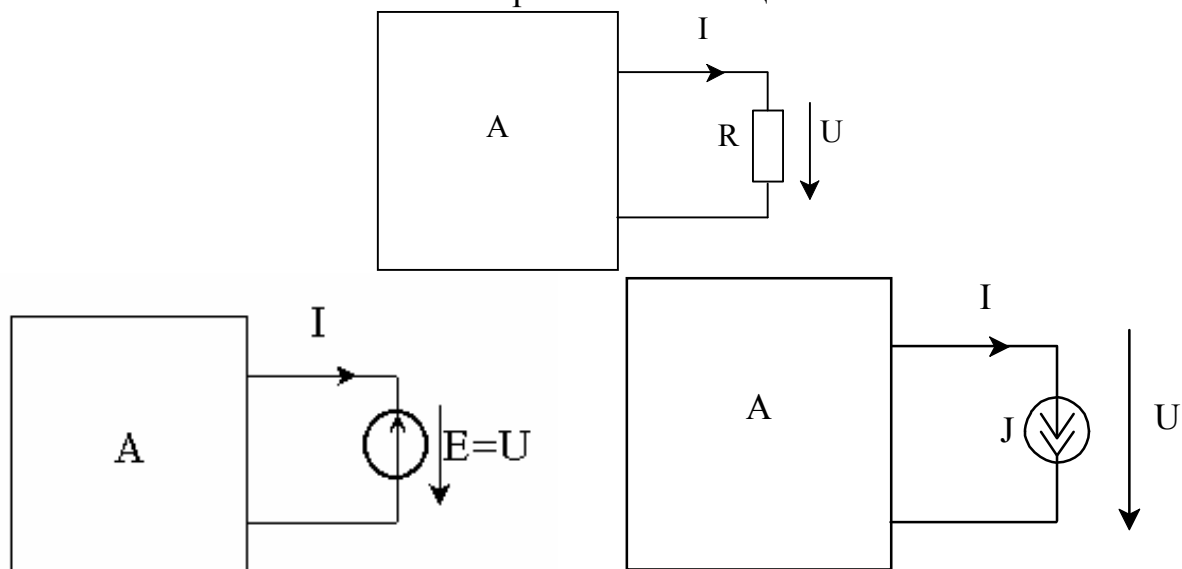
## 1.2 Методы контурных токов и узловых потенциалов

	$\begin{cases} I_I (R_1 + R_2 + R_5) - I_{II} R_2 - \\ - I_{III} R_5 = E_1 + E_2 \\ - I_I R_2 + I_{II} (R_2 + R_3 + R_4) - \\ - I_{III} R_4 = -E_2 - E_3 \\ - I_I R_5 - I_{II} R_4 + \\ + I_{III} (R_4 + R_5 + R_6) = E_6 \end{cases}$
	$I_{III} = -J_6,$ $I_I (R_1 + R_2 + R_5) - I_{II} R_2 - I_{III} R_5 = E_1 + E_2,$ $- I_I R_2 + I_{II} (R_2 + R_3 + R_4) - I_{III} R_4 = -E_2 - E_3.$

	$\varphi_4 = 0,$ $\varphi_1(1/R_1 + 1/R_5) - \varphi_2(1/R_1) = -E_1(1/R_1) - J_6,$ $-\varphi_1(1/R_1) + \varphi_2(1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3) -$ $-\varphi_3(1/R_3) = E_1(1/R_1) + E_3(1/R_3) - E_2(1/R_2)$ $-\varphi_2(1/R_3) + \varphi_3(1/R_3 + 1/R_4) = -E_3(1/R_3) + J_6$
	$\varphi_4 = 0,$ $\varphi_2 = -E_2,$ $\varphi_1(1/R_1 + 1/R_5) - \varphi_2(1/R_1) = -E_1(1/R_1) - J_6,$ $-\varphi_2(1/R_3) + \varphi_3(1/R_3 + 1/R_4) = -E_3(1/R_3) + J_6$

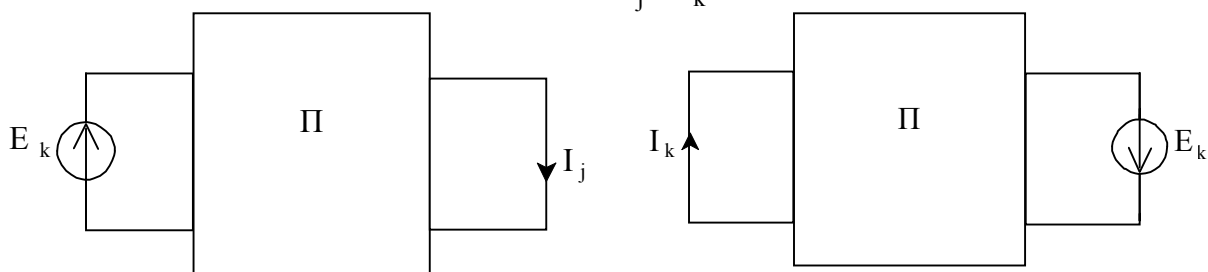
## 1.3 Теоремы линейных цепей

## Теорема компенсации



## Теорема взаимности

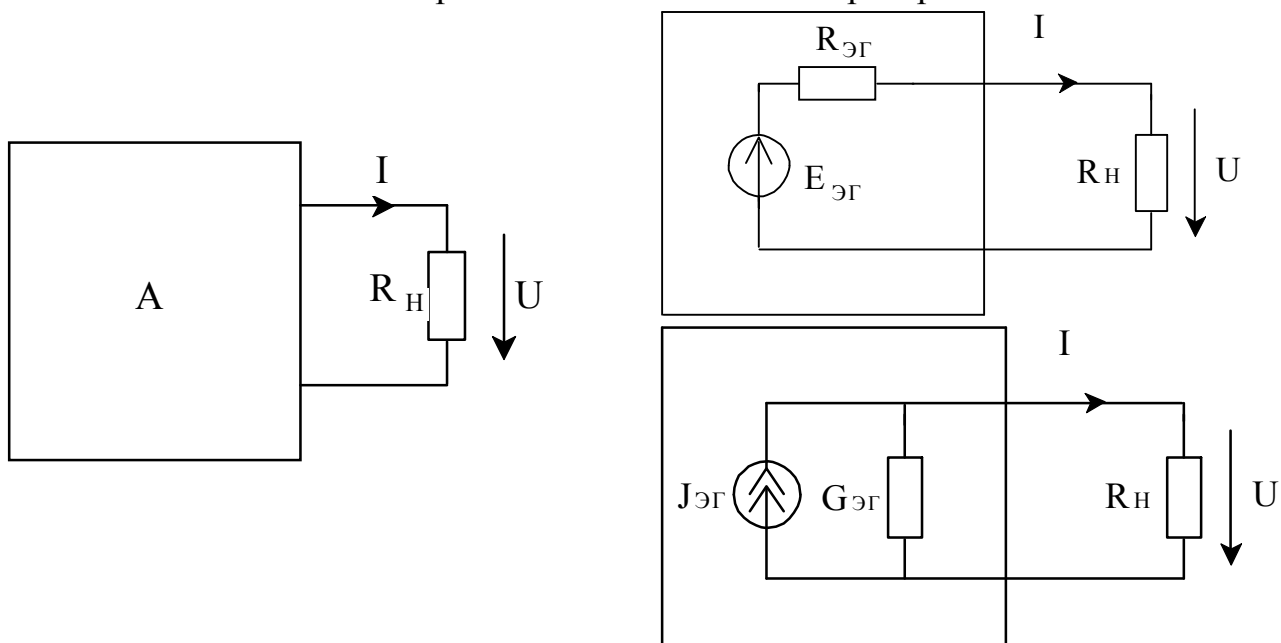
$$I_j = I_k$$



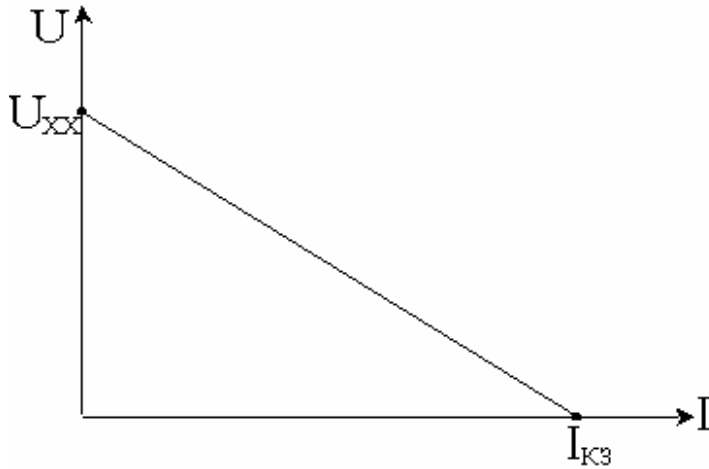
## Теорема наложения

$$I_1 = G_{11}E_1 + G_{12}E_2 + G_{13}E_3 + \dots$$

## Теорема эквивалентного генератора





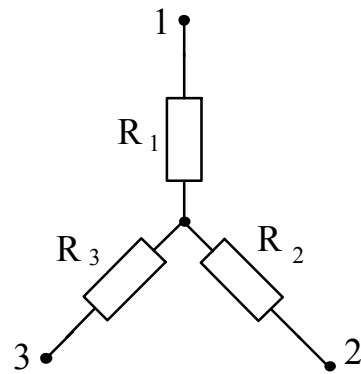
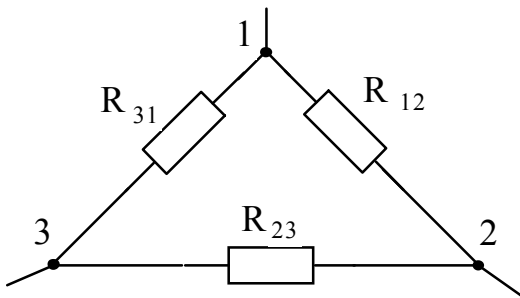


$$E_{\text{ЭГ}} = U_{\text{ХХ}}$$

$$R_{\text{ЭГ}} = R_{\text{ХХ}} = \frac{U_{\text{ХХ}}}{I_{\text{кз}}}$$

$$I = \frac{E_{\text{ЭГ}}}{R_{\text{ЭГ}} + R_{\text{Н}}}$$

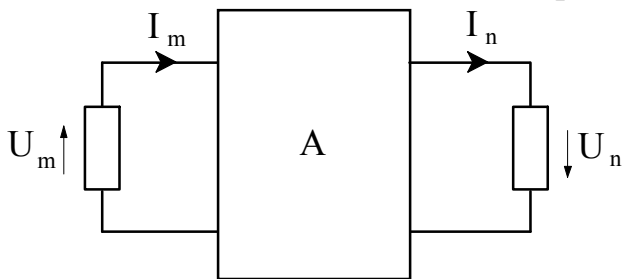
Эквивалентные преобразования



$$R_1 = \frac{R_{12} * R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} ; R_2 = \frac{R_{12} * R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} ; R_3 = \frac{R_{23} * R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

$$G_{12} = \frac{G_1 * G_2}{G_1 + G_2 + G_3} ; G_{23} = \frac{G_2 * G_3}{G_1 + G_2 + G_3} ; G_{31} = \frac{G_3 * G_1}{G_1 + G_2 + G_3}$$

Теорема линейности

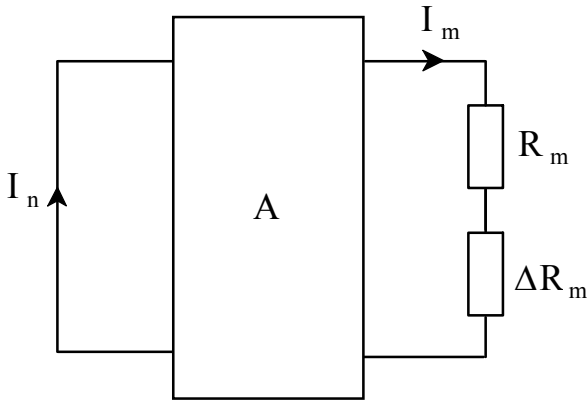


$$I_m = a_1 I_n + a_2$$

$$U_m = b_1 U_n + b_2$$

$$U_m = c_1 I_n + c_2$$

Теорема о взаимных приращениях



$$\Delta I_m = I_{m0} \frac{-G_{mm} \Delta R_m}{1 + G_{mm} \Delta R_m}$$

$$\Delta I_n = I_{m0} \frac{-G_{mn} \Delta R_m}{1 + G_{mm} \Delta R_m}$$

Коэффициенты передачи

$$K_U = U_2 / U_1$$

$$K_I = I_2 / I_1$$

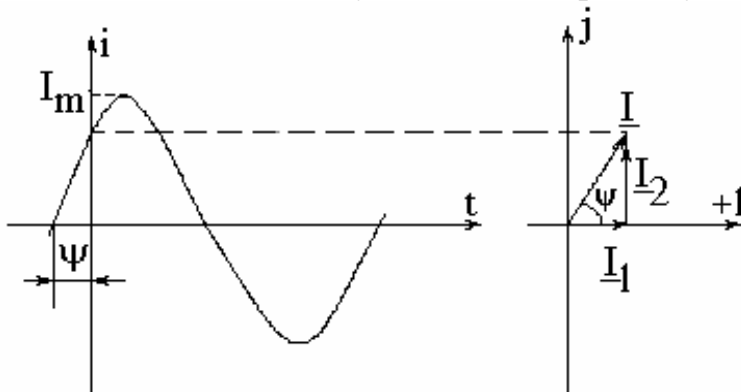
$$K_R = U_2 / I_1$$

$$K_G = I_2 / U_1$$

$$K_P = P_2 / P_1$$

**2 Линейные цепи при гармонических воздействиях**

2.1 Пассивный двухполюсник при синусоидальном токе

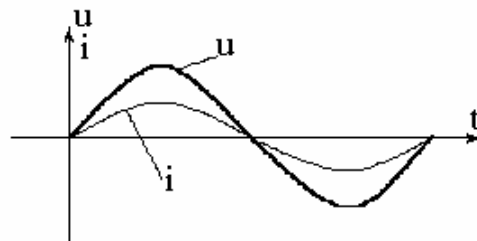
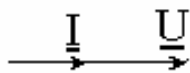
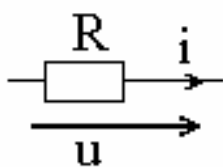


$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi) = \text{Im}[I_m e^{j\omega t}]$$

$$\underline{I} = I e^{j\psi} = I_1 + jI_2$$

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

$$\omega = 2\pi f$$

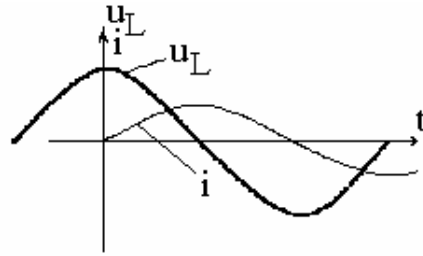
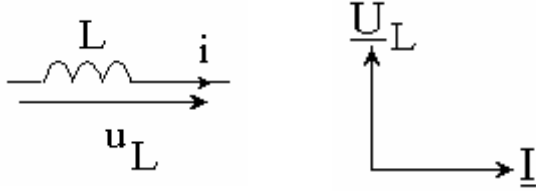


$$u_R = Ri$$

$$\underline{U}_R = R \underline{I}$$

$$\underline{Z}_R = R$$

$$\underline{Y}_R = G = 1/R$$

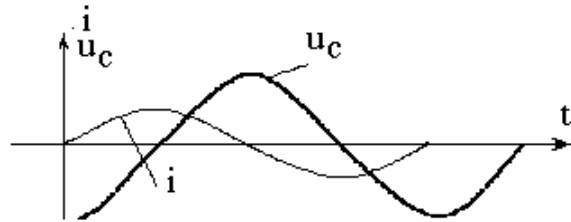
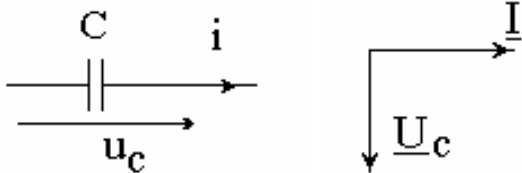


$u_L = L di/dt$

$\underline{U}_L = j\omega L \underline{I}$

$\underline{Z}_L = j\omega L$

$\underline{Y}_L = -jB_L = -j1/(\omega L)$

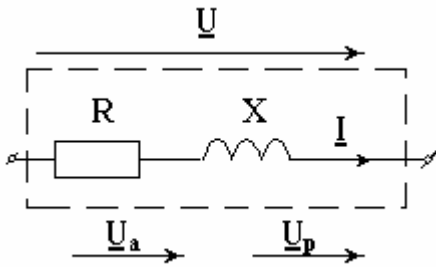


$i_C = C du/dt$

$\underline{U}_C = -j1/(\omega C) \underline{I}$

$\underline{Z}_C = -j1/(\omega C)$

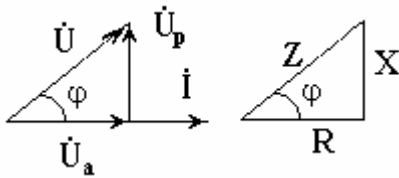
$\underline{Y}_C = jB_C = j1/(\omega C)$



$\underline{Z} = \frac{1}{\underline{Y}} = R + jX = Z e^{j\phi}$

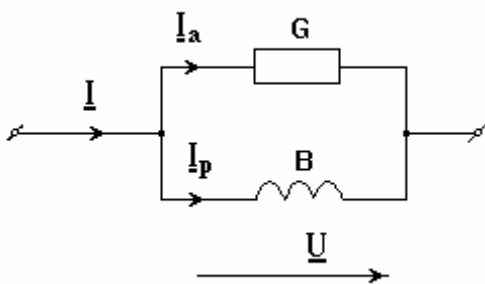
$G = \frac{R}{R^2 + X^2}$

$B = \frac{X}{R^2 + X^2}$



$\underline{U} = \underline{U}_a + \underline{U}_p$

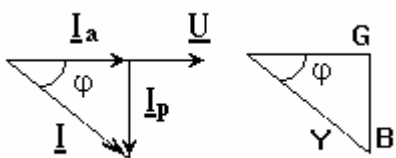
$Z = \sqrt{R^2 + X^2}$



$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = G - jB = Y e^{-j\phi}$

$R = \frac{G}{G^2 + B^2}$

$X = \frac{B}{G^2 + B^2}$



$\underline{I} = \underline{I}_a + \underline{I}_p$

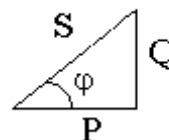
$Y = \sqrt{G^2 + B^2}$

$$\underline{S} = \underline{U} \underline{I}^* = P + jQ$$

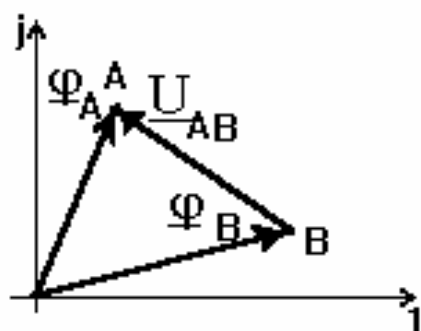
$$P = UI \cos \varphi, \text{ Вт}$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = UI, \text{ ВА}$$

$$Q = UI \sin \varphi, \text{ ВАр}$$



## 2.2 Расчет сложных цепей при гармонических воздействиях



$$\underline{U}_{AB} = \varphi_A - \varphi_B$$

$$\underline{S}_{\text{ист}} = \underline{S}_{\text{пр}}$$

$$\underline{S}_{\text{ист}} = \sum (\underline{E}_i \underline{I}_i^* + \underline{U}_j \underline{J}_j^*)$$

$$\underline{S}_{\text{пр}} = \sum (I_i^2 R_i + j I_j^2 X_{Lj} - j I_k^2 X_{Ck})$$

$$\underline{I}_I \underline{Z}_{11} + \underline{I}_{II} \underline{Z}_{12} + \underline{I}_{III} \underline{Z}_{13} \dots = \underline{E}_{11}$$

$$\underline{I}_I \underline{Z}_{21} + \underline{I}_{II} \underline{Z}_{22} + \underline{I}_{III} \underline{Z}_{23} \dots = \underline{E}_{22}$$

$$\underline{I}_I \underline{Z}_{31} + \underline{I}_{II} \underline{Z}_{32} + \underline{I}_{III} \underline{Z}_{33} \dots = \underline{E}_{33}$$

$$\varphi_I \underline{G}_{11} - \varphi_{II} \underline{G}_{12} - \varphi_{III} \underline{G}_{13} \dots = \underline{J}_{11}$$

$$-\varphi_I \underline{G}_{21} + \varphi_{II} \underline{G}_{22} - \varphi_{III} \underline{G}_{23} \dots = \underline{J}_{22}$$

$$-\varphi_I \underline{G}_{31} - \varphi_{II} \underline{G}_{32} + \varphi_{III} \underline{G}_{33} \dots = \underline{J}_{33}$$

$$\underline{I}_H = \frac{\underline{E}_{\text{ЭГ}}}{\underline{Z}_{\text{ЭГ}} + \underline{Z}_H}$$

$$\underline{I}_k = \underline{G}_{1k} \underline{E}_1 + \underline{G}_{2k} \underline{E}_2 + \underline{G}_{3k} \underline{E}_3 + \dots$$

$$\Delta \underline{I}_m = \underline{I}_{m0} \frac{-\underline{G}_{mm} * \Delta \underline{Z}_m}{1 + \underline{G}_{mm} * \Delta \underline{Z}_m} \quad \Delta \underline{I}_n = \underline{I}_{m0} \frac{-\underline{G}_{mn} * \Delta \underline{Z}_m}{1 + \underline{G}_{mm} * \Delta \underline{Z}_m}$$

## 2.3 Расчет цепей при периодических воздействиях

$$f(t) = A_0 + \sum_1^{\infty} (B_{km} \sin k\omega t + C_{km} \cos k\omega t) = A_0 + \sum_1^{\infty} A_{km} \sin(k\omega t + \varphi_k)$$

$$A_{km} = \sqrt{B_{km}^2 + C_{km}^2}; \quad \varphi_k = \arctg \frac{C_{km}}{B_{km}};$$

$$A_0 = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) dt; \quad B_{km} = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \sin k\omega t dt;$$

$$C_{km} = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \cos k\omega t dt;$$

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt} = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + \dots}; \quad U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt} = \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + \dots};$$

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = P_0 + P_1 + P_2 + \dots = U_0 I_0 + U_1 I_1 \cos \varphi_1 + \dots$$

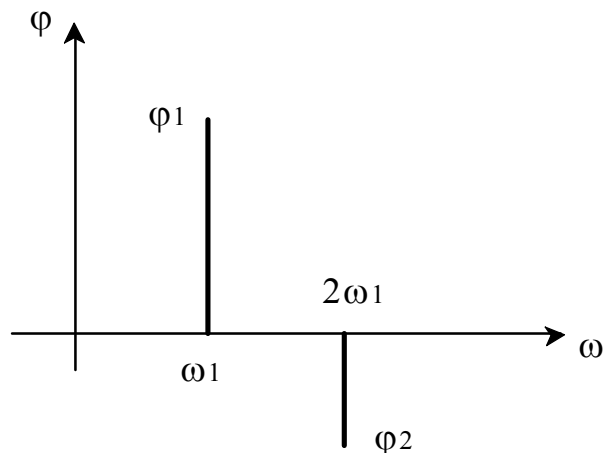
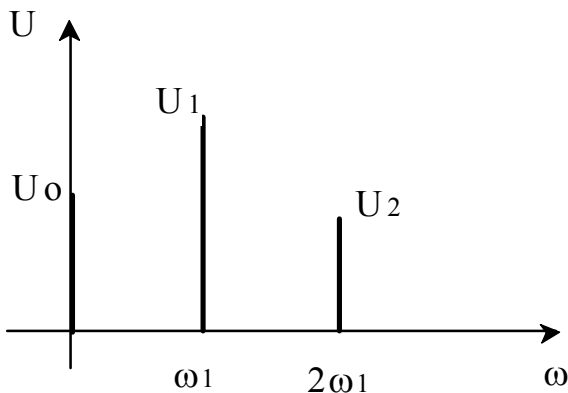
$$Q = U_1 I_1 \sin \varphi_1 + U_2 I_2 \sin \varphi_2 + \dots$$

$$S = UI = \sqrt{P^2 + Q^2 + T^2}$$

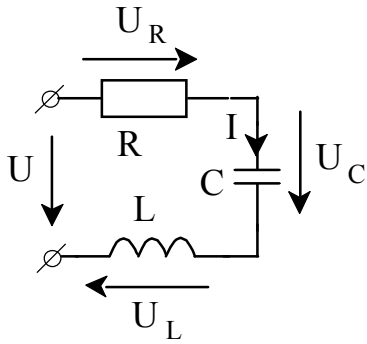
$$K_{\phi} = \frac{I}{I_{cp}}; \quad K_a = \frac{I_{max}}{I}; \quad K_u = \frac{I_1}{I}; \quad K_r = \frac{\sqrt{I_2^2 + I_3^2 + \dots}}{I_1}$$

$$X_{Lk} = k\omega L$$

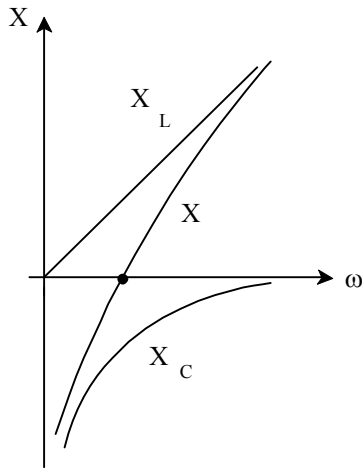
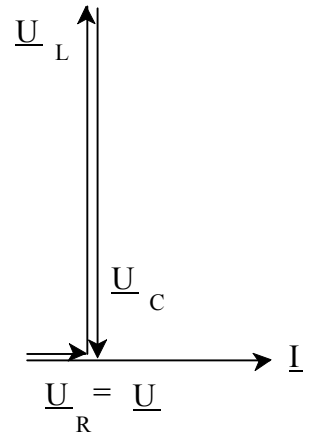
$$X_{Ck} = \frac{1}{k\omega C}$$



2.4 Резонансные явления в линейных цепях

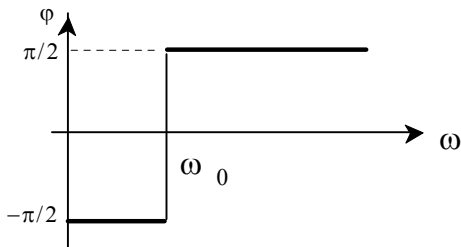


$$\begin{aligned} \varphi &= 0 \\ \text{Im}[Z] &= 0 \\ \varphi &= \text{arctg}\{(X_L - X_C) / R\} = 0 \\ X_L &= X_C \\ U_L &= U_C \\ \omega L &= 1/\omega C \end{aligned}$$

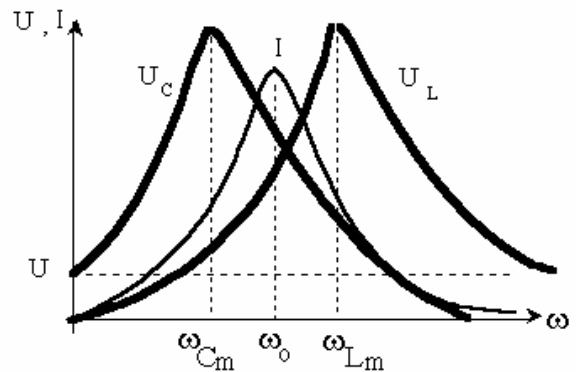
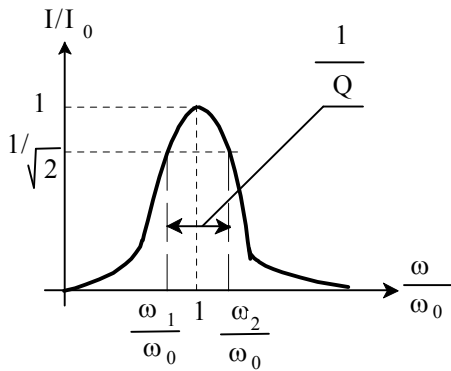


$$\rho = \omega_0 L = 1/(\omega_0 C) = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$



$$Q = \frac{\rho}{R} = \frac{U_{L0}}{U_0} = \frac{U_{C0}}{U_0} = \frac{1}{d} = 2\pi \frac{W_{LM}}{W_R}$$

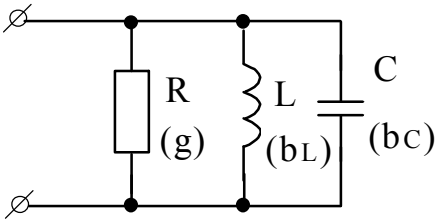


$$\omega_{1,2} = \omega_0 \left[ \sqrt{1 + \frac{d^2}{4}} \mp \frac{d}{2} \right]$$

$$\omega_{cm} = \omega_0 \sqrt{\frac{2-d^2}{2}}; \omega_{Lm} = \omega_0 \sqrt{\frac{2}{2-d^2}}$$

$$\xi = 2Q \frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{X}{R}$$

$$2\Delta\omega = \omega_0 d = \omega_0 / Q = \omega_2 - \omega_1$$



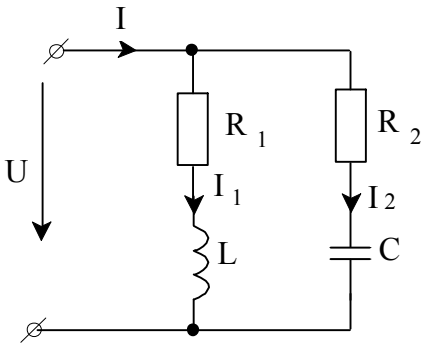
$$\varphi=0$$

$$\text{Im}[\underline{Y}]=0$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\gamma = \sqrt{\frac{C}{L}}$$

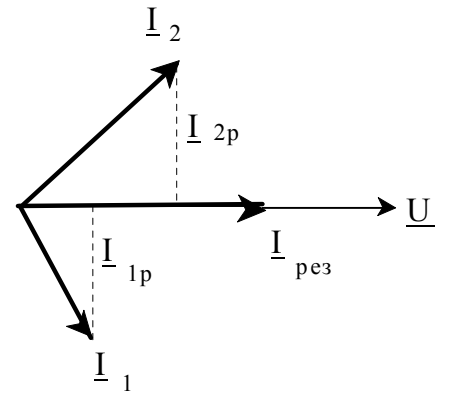
$$Q = \gamma / G$$



$$b_L = b_C$$

$$\frac{\omega L}{R_1^2 + (\omega L)^2} = \frac{1/\omega C}{R_2^2 + (1/\omega C)^2}$$

$$I_{1P} = I_{2P}$$



$$\omega_{pe3} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{\frac{\rho^2 - R_1^2}{\rho^2 - R_2^2}}, \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad \rho = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$Q = \frac{\rho \left( \frac{\omega_p}{\omega_0} \right)}{R_1 + R_2 \left( \frac{\omega_p}{\omega_0} \right)^2}$$

$$\underline{I}_{pe3} = \frac{U}{R_{pe3}}, \quad \underline{Z}_{pe3} = R_{pe3} = \frac{\rho^2 + R_1 R_2}{R_1 + R_2}, \quad \underline{Z} = \frac{R_{pe3}}{1 + j\xi}$$

при  $R_1 \ll \rho$   $R_2 \ll \rho$

$$Q = \frac{\rho}{R_1 + R_2}, \quad \omega_{pe3} \approx \omega_0, \quad \underline{Z}_{pe3} = \frac{\rho^2}{R_1 + R_2} = \rho Q$$

2.5 Цепи со взаимной индуктивностью

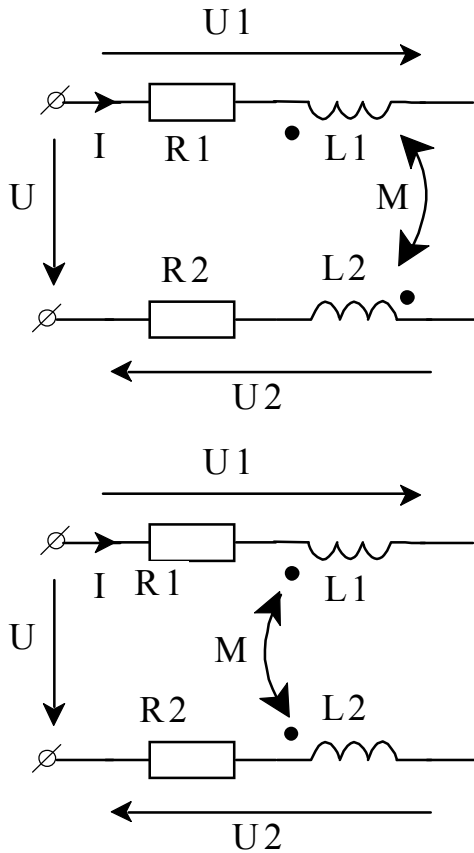
$$e_M(t) = - d\Psi / dt = - M di / dt$$

$$\underline{E}_{M1} = - j\omega \underline{\Psi}_{12} = - j\omega M \underline{I}_2$$

$$K = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}, \quad 0 \leq K \leq 1$$

$$M_{12} = M_{21} = M$$

Последовательное соединение



$$u(t) = (R_1 i(t) + L_1 \frac{di(t)}{dt} + M_{12} \frac{di(t)}{dt}) + (R_2 i(t) + L_2 \frac{di(t)}{dt} + M_{21} \frac{di(t)}{dt}) =$$

$$= u_1(t) + u_2(t),$$

$$\underline{U} = \underline{I} \{ (R_1 + j\omega L_1 + j\omega M_{12}) + (R_2 + j\omega L_2 + j\omega M_{21}) \} = (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2) \underline{I}.$$

$$\underline{Z}_{\text{сорт}} = R_1 + R_2 + j\omega (L_1 + L_2 + 2M).$$

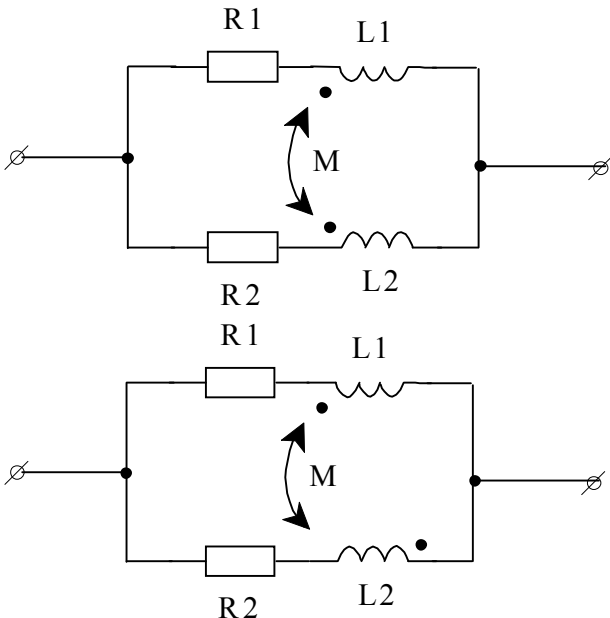
$$u(t) = (R_1 i(t) + L_1 \frac{di(t)}{dt} - M_{12} \frac{di(t)}{dt}) + (R_2 i(t) + L_2 \frac{di(t)}{dt} - M_{21} \frac{di(t)}{dt}) =$$

$$= u_1(t) + u_2(t),$$

$$\underline{U} = \underline{I} \{ (R_1 + j\omega L_1 - j\omega M_{12}) + (R_2 + j\omega L_2 - j\omega M_{21}) \} = (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2) \underline{I}.$$

$$\underline{Z}_{\text{встр}} = R_1 + R_2 + j\omega (L_1 + L_2 - 2M).$$

Параллельное соединение



$$\underline{Z} = \frac{\underline{Z}_{1L} \underline{Z}_{2L} - \underline{Z}_M^2}{\underline{Z}_{1L} + \underline{Z}_{2L} - 2\underline{Z}_M} =$$

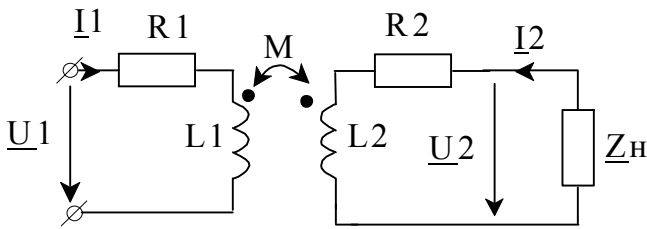
$$= \frac{(R_1 + j\omega L_1)(R_2 + j\omega L_2) - (j\omega M)^2}{R_1 + j\omega L_1 + R_2 + j\omega L_2 - 2j\omega M}$$

$$\underline{Z} = \frac{\underline{Z}_{1L} \underline{Z}_{2L} - \underline{Z}_M^2}{\underline{Z}_{1L} + \underline{Z}_{2L} + 2\underline{Z}_M} =$$

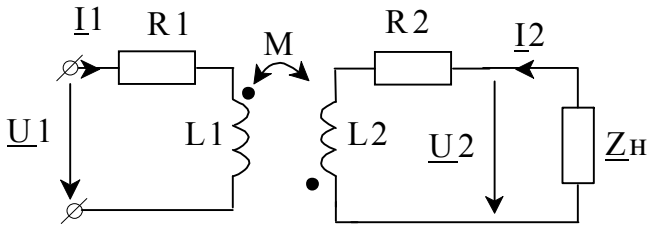
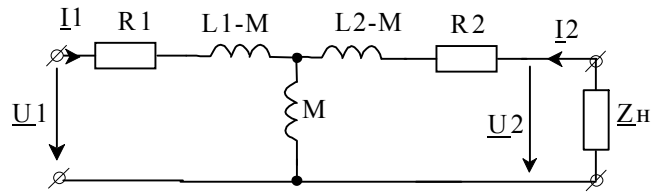
$$= \frac{(R_1 + j\omega L_1)(R_2 + j\omega L_2) - (j\omega M)^2}{R_1 + j\omega L_1 + R_2 + j\omega L_2 + 2j\omega M}$$



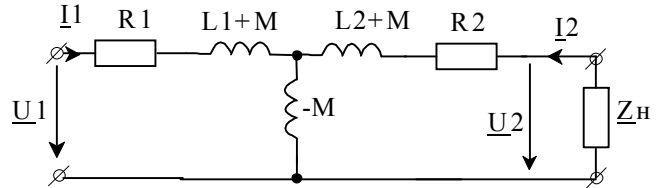
Развязка индуктивных связей



$$\begin{aligned} \underline{U}_1 &= R_1 \underline{I}_1 + j\omega L_1 \underline{I}_1 + j\omega M \underline{I}_2, \\ 0 &= R_2 \underline{I}_2 + j\omega L_2 \underline{I}_2 + j\omega M \underline{I}_1 + \underline{Z}_H \underline{I}_2. \end{aligned}$$

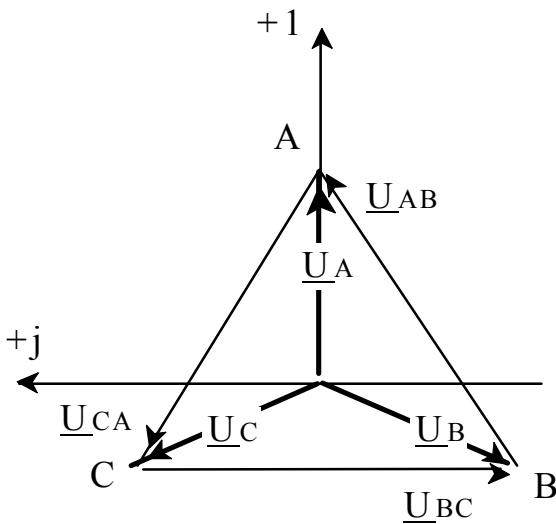


$$\begin{aligned} \underline{U}_1 &= R_1 \underline{I}_1 + j\omega L_1 \underline{I}_1 - j\omega M \underline{I}_2, \\ 0 &= R_2 \underline{I}_2 + j\omega L_2 \underline{I}_2 - j\omega M \underline{I}_1 + \underline{Z}_H \underline{I}_2. \end{aligned}$$



2.6 Трёхфазные цепи

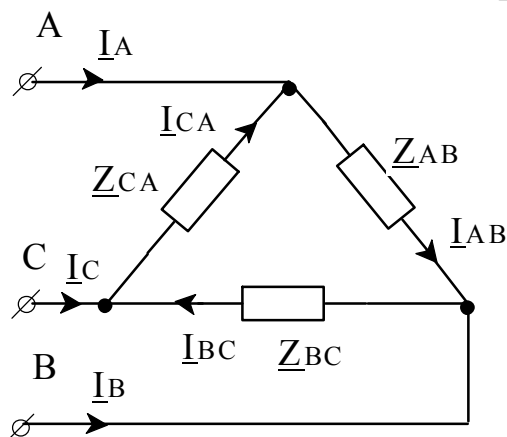
Симметричная трёхфазная система ЭДС



$$\begin{aligned} \underline{U}_A &= U = U_\Phi, \\ \underline{U}_B &= U e^{-j 120^\circ} = U \left( -\frac{1}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2} \right), \\ \underline{U}_C &= U e^{j 120^\circ} = U \left( -\frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2} \right). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{U}_{AB} &= \underline{U}_A - \underline{U}_B, \\ \underline{U}_{BC} &= \underline{U}_B - \underline{U}_C, \\ \underline{U}_{CA} &= \underline{U}_C - \underline{U}_A. \end{aligned}$$

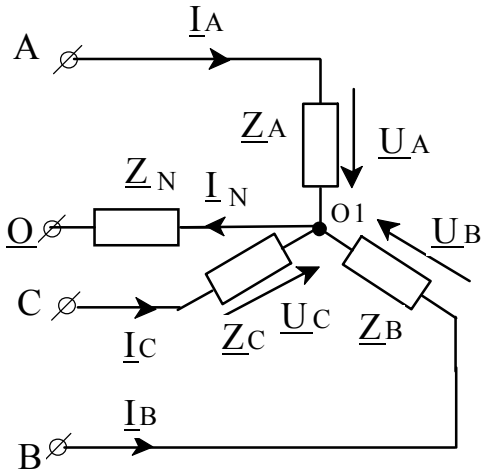
Соединение сопротивлений нагрузки треугольником



$$\begin{aligned} \underline{I}_{AB} &= \frac{\underline{U}_{AB}}{\underline{Z}_{AB}}, \quad \underline{I}_{BC} = \frac{\underline{U}_{BC}}{\underline{Z}_{BC}}, \quad \underline{I}_{CA} = \frac{\underline{U}_{CA}}{\underline{Z}_{CA}}. \\ \underline{I}_A &= \underline{I}_{AB} - \underline{I}_{CA}, \\ \underline{I}_B &= \underline{I}_{BC} - \underline{I}_{AB}, \\ \underline{I}_C &= \underline{I}_{CA} - \underline{I}_{BC}. \end{aligned}$$

Соединение сопротивлений нагрузки звездой с нейтральным проводом

$$\underline{U}_{0'0} = \frac{\underline{E}_A \underline{Y}_A + \underline{E}_B \underline{Y}_B + \underline{E}_C \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C + \underline{Y}_N}$$



$$\begin{aligned} \underline{I}_A &= \underline{Y}_A \underline{U}_A = \underline{Y}_A (\underline{E}_A - \underline{U}_{0'0}), \\ \underline{I}_B &= \underline{Y}_B \underline{U}_B = \underline{Y}_B (\underline{E}_B - \underline{U}_{0'0}), \\ \underline{I}_C &= \underline{Y}_C \underline{U}_C = \underline{Y}_C (\underline{E}_C - \underline{U}_{0'0}), \\ \underline{I}_N &= \underline{Y}_N \underline{U}_{0'0}, \quad \underline{I}_N = \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C. \\ \underline{U}_A &= \frac{\underline{U}_{AB} \underline{Y}_B - \underline{U}_{CA} \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C}, \\ \underline{U}_B &= \frac{\underline{U}_{BC} \underline{Y}_C - \underline{U}_{AB} \underline{Y}_A}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C}, \\ \underline{U}_C &= \frac{\underline{U}_{CA} \underline{Y}_A - \underline{U}_{BC} \underline{Y}_B}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C}. \end{aligned}$$

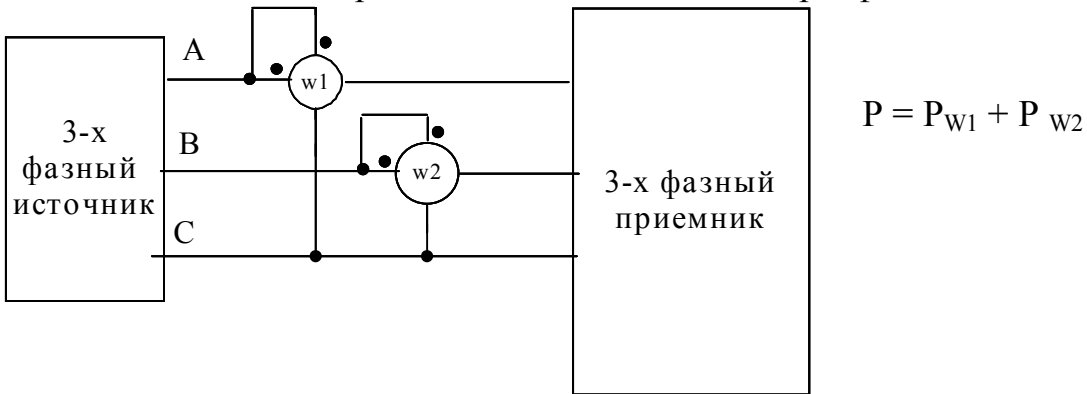
Мощность трехфазной цепи

$$P = P_A + P_B + P_C$$

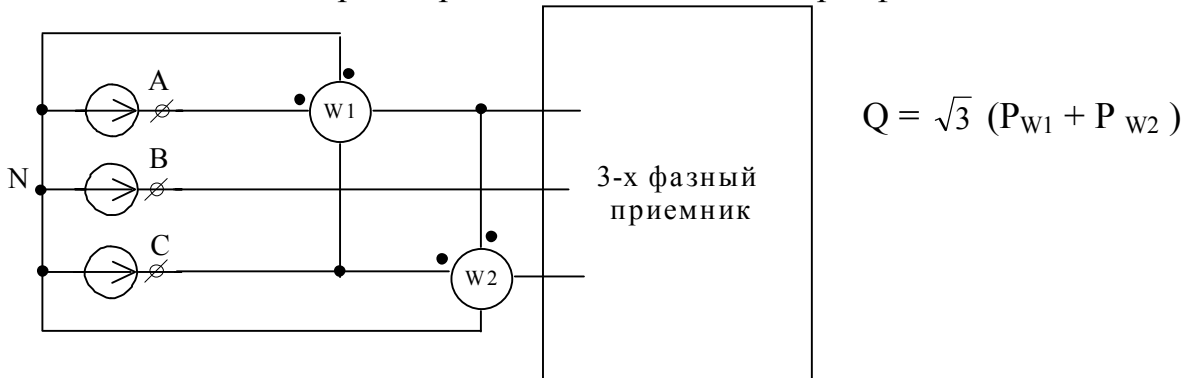
$$Q = Q_A + Q_B + Q_C$$

$$S = S_A + S_B + S_C$$

Измерение активной мощности трехфазной цепи

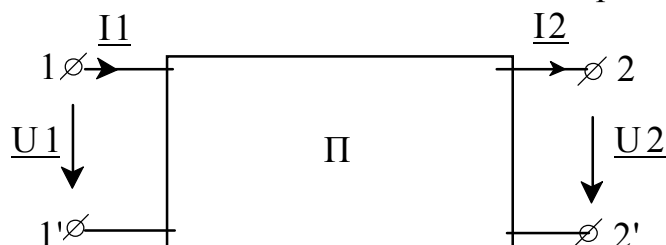


Измерение реактивной мощности трехфазной цепи



### 3 Четырехполосники

#### 3.1 Уравнения и схемы замещения пассивного четырехполосника



Уравнения и параметры пассивного четырехполосника.

Форма записи уравнений	Уравнение связи коэфф-в	Уравнение связи симметр. чет-ка	$\underline{A}$ $\underline{\Delta}_A = \underline{AD} - \underline{BC}$	$\underline{Y}$ $\underline{\Delta}_Y = \underline{Y}_{11}\underline{Y}_{22} - \underline{Y}_{12}\underline{Y}_{21}$	$\underline{H}$ $\underline{\Delta}_H = \underline{H}_{11}\underline{H}_{22} - \underline{H}_{12}\underline{H}_{21}$
$\underline{U}_1 = \underline{A}\underline{U}_2 + \underline{B}\underline{I}_2$ $\underline{I}_1 = \underline{C}\underline{U}_2 + \underline{D}\underline{I}_2$	$\underline{AD} - \underline{BC} = 1$ $\underline{\Delta}_A = 1$	$\underline{A} = \underline{D}$	$\begin{bmatrix} \underline{A} & \underline{B} \\ \underline{C} & \underline{D} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \underline{-Y}_{22} & \underline{-1} \\ \underline{Y}_{21} & \underline{Y}_{21} \\ \underline{\Delta}_Y & \underline{-Y}_{11} \\ \underline{Y}_{21} & \underline{Y}_{21} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \underline{-\Delta}_H & \underline{H}_{11} \\ \underline{H}_{21} & \underline{H}_{21} \\ \underline{-H}_{22} & \underline{1} \\ \underline{H}_{21} & \underline{H}_{21} \end{bmatrix}$
$\underline{I}_1 = \underline{Y}_{11}\underline{U}_1 + \underline{Y}_{12}\underline{U}_2$ $\underline{I}_2 = \underline{Y}_{21}\underline{U}_1 + \underline{Y}_{22}\underline{U}_2$	$\underline{Y}_{12} = -\underline{Y}_{21}$	$\underline{Y}_{11} = -\underline{Y}_{22}$	$\begin{bmatrix} \underline{D} & \underline{-1} \\ \underline{B} & \underline{B} \\ \underline{1} & \underline{-A} \\ \underline{B} & \underline{B} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \underline{Y}_{11} & \underline{Y}_{12} \\ \underline{Y}_{21} & \underline{Y}_{22} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \underline{1} & \underline{-H}_{12} \\ \underline{H}_{11} & \underline{H}_{11} \\ \underline{H}_{21} & \underline{\Delta}_H \\ \underline{H}_{11} & \underline{H}_{11} \end{bmatrix}$
$\underline{U}_1 = \underline{Z}_{11}\underline{I}_1 + \underline{Z}_{12}\underline{I}_2$ $\underline{U}_2 = \underline{Z}_{21}\underline{I}_1 + \underline{Z}_{22}\underline{I}_2$	$\underline{Z}_{12} = -\underline{Z}_{21}$	$\underline{Z}_{11} = -\underline{Z}_{22}$	$\begin{bmatrix} \underline{A} & \underline{-1} \\ \underline{C} & \underline{C} \\ \underline{1} & \underline{-D} \\ \underline{C} & \underline{C} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \underline{Y}_{22} & \underline{-Y}_{12} \\ \underline{\Delta}_Y & \underline{\Delta}_Y \\ \underline{-Y}_{21} & \underline{Y}_{11} \\ \underline{\Delta}_Y & \underline{\Delta}_Y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \underline{\Delta}_H & \underline{H}_{12} \\ \underline{H}_{22} & \underline{H}_{22} \\ \underline{-H}_{21} & \underline{1} \\ \underline{H}_{22} & \underline{H}_{22} \end{bmatrix}$
$\underline{U}_1 = \underline{H}_{11}\underline{I}_1 + \underline{H}_{12}\underline{U}_2$ $\underline{I}_2 = \underline{H}_{21}\underline{I}_1 + \underline{H}_{22}\underline{U}_2$	$\underline{H}_{12} = \underline{H}_{21}$	$\underline{\Delta}_H = -1$	$\begin{bmatrix} \underline{B} & \underline{1} \\ \underline{D} & \underline{D} \\ \underline{1} & \underline{-C} \\ \underline{D} & \underline{D} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \underline{1} & \underline{-Y}_{12} \\ \underline{Y}_{11} & \underline{Y}_{11} \\ \underline{Y}_{21} & \underline{\Delta}_Y \\ \underline{Y}_{11} & \underline{Y}_{11} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \underline{H}_{11} & \underline{H}_{12} \\ \underline{H}_{21} & \underline{H}_{22} \end{bmatrix}$
$\underline{I}_1 = \underline{G}_{11}\underline{U}_1 + \underline{G}_{12}\underline{I}_2$ $\underline{U}_2 = \underline{G}_{21}\underline{U}_1 + \underline{G}_{22}\underline{I}_2$	$\underline{G}_{12} = \underline{G}_{21}$	$\underline{\Delta}_G = -1$ $\underline{G}_{11}\underline{G}_{22} - \underline{G}_{12}\underline{G}_{21} = -1$	$\begin{bmatrix} \underline{C} & \underline{1} \\ \underline{A} & \underline{A} \\ \underline{-1} & \underline{B} \\ \underline{A} & \underline{A} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \underline{\Delta}_Y & \underline{Y}_{12} \\ \underline{Y}_{22} & \underline{Y}_{22} \\ \underline{-Y}_{21} & \underline{1} \\ \underline{Y}_{22} & \underline{Y}_{22} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \underline{H}_{22} & \underline{-H}_{12} \\ \underline{\Delta}_H & \underline{\Delta}_H \\ \underline{-H}_{21} & \underline{H}_{11} \\ \underline{\Delta}_H & \underline{\Delta}_H \end{bmatrix}$
$\underline{U}_2 = \underline{B}_{11}\underline{U}_1 + \underline{B}_{12}\underline{I}_1$ $\underline{I}_2 = \underline{B}_{21}\underline{U}_1 + \underline{B}_{22}\underline{I}_1$	$\underline{B}_{11}\underline{B}_{22} - \underline{B}_{12}\underline{B}_{21} = 1$	$\underline{B}_{11} = \underline{B}_{22}$	$\begin{bmatrix} \underline{D} & \underline{-B} \\ \underline{\Delta}_A & \underline{\Delta}_A \\ \underline{-C} & \underline{A} \\ \underline{\Delta}_A & \underline{\Delta}_A \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \underline{-Y}_{11} & \underline{1} \\ \underline{Y}_{12} & \underline{Y}_{12} \\ \underline{-\Delta}_Y & \underline{Y}_{22} \\ \underline{Y}_{12} & \underline{Y}_{12} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \underline{1} & \underline{-H}_{11} \\ \underline{H}_{12} & \underline{H}_{12} \\ \underline{H}_{22} & \underline{\Delta}_H \\ \underline{H}_{12} & \underline{H}_{12} \end{bmatrix}$

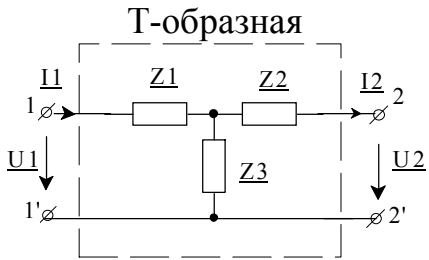
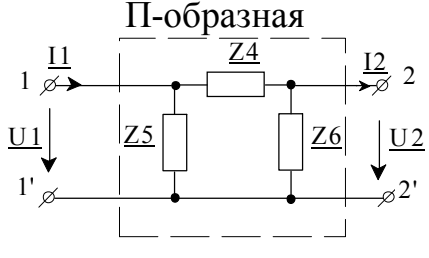
Параметры холостого хода (х.х.) и короткого замыкания (к.з.).

$$\underline{Z}_{1X} = \frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1} \Big|_{\underline{I}_2=0} \quad \underline{Z}_{1K} = \frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1} \Big|_{\underline{U}_2=0} \quad \underline{Z}_{1X} / \underline{Z}_{2X} = \underline{Z}_{1K} / \underline{Z}_{2K}$$

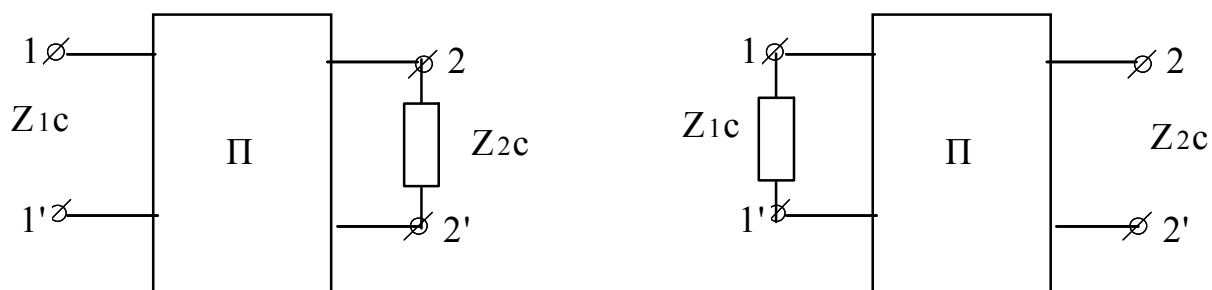
$$\underline{Z}_{2X} = \frac{\underline{U}_2}{\underline{I}_2} \Big|_{\underline{I}_1=0} \quad \underline{Z}_{2K} = \frac{\underline{U}_2}{\underline{I}_2} \Big|_{\underline{U}_1=0}$$

Параметры х.х. и к.з. в зависимости от коэффициентов четырехполюсника	Коэффициенты четырехполюсника в зависимости от параметров х.х. и к.з.
$\underline{Z}_{1X} = \frac{\underline{A}}{\underline{C}} = \underline{Z}_{11} \quad \underline{Z}_{2X} = \frac{\underline{D}}{\underline{C}} = \underline{Z}_{22}$ $\underline{Z}_{1K} = \frac{\underline{B}}{\underline{D}} = \frac{1}{\underline{Y}_{11}} \quad \underline{Z}_{2K} = \frac{\underline{B}}{\underline{A}} = \frac{1}{\underline{Y}_{22}}$	$\underline{A} = \frac{\underline{Z}_{1X}}{\sqrt{\underline{Z}_{2X}(\underline{Z}_{1X} - \underline{Z}_{1K})}}$ $\underline{B} = \sqrt{\underline{Z}_{2K} / (\underline{Z}_{1X} - \underline{Z}_{1K})}$ $\underline{C} = \frac{1}{\sqrt{\underline{Z}_{2X}(\underline{Z}_{1X} - \underline{Z}_{1K})}}$ $\underline{D} = \sqrt{\underline{Z}_{2X} / (\underline{Z}_{1X} - \underline{Z}_{1K})}$

Эквивалентные схемы пассивного четырехполюсника.

Эквивалентные схемы пассивного четырехполюсника	Параметры схемы от коэффициентов	Коэффициенты от параметров
<p>Т-образная</p> 	$\underline{Z}_1 = (\underline{A} - 1) / \underline{C}$ $\underline{Z}_2 = (\underline{D} - 1) / \underline{C}$ $\underline{Z}_3 = 1 / \underline{C}$	$\underline{A} = 1 + \underline{Z}_1 / \underline{Z}_3$ $\underline{B} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_1 \underline{Z}_2 / \underline{Z}_3$ $\underline{C} = 1 / \underline{Z}_3$
<p>Π-образная</p> 	$\underline{Z}_4 = \underline{B}$ $\underline{Z}_5 = \frac{\underline{B}}{\underline{D} - 1}$ $\underline{Z}_6 = \frac{\underline{B}}{\underline{A} - 1}$	$\underline{A} = 1 + \frac{\underline{Z}_4}{\underline{Z}_6}$ $\underline{B} = \underline{Z}_4$ $\underline{C} = \frac{\underline{Z}_4 + \underline{Z}_5 + \underline{Z}_6}{\underline{Z}_5 \underline{Z}_6}$ $\underline{D} = 1 + \frac{\underline{Z}_4}{\underline{Z}_5}$

## 3.2. Характеристические параметры четырехполюсника



Характеристические сопротивления и постоянная передачи

$Z_{1c} = \frac{AZ_{2c} + B}{CZ_{2c} + D} = \sqrt{\frac{AB}{CD}} = \sqrt{Z_{10}Z_{1K}}$
$Z_{2c} = \frac{DZ_{1c} + B}{CZ_{1c} + A} = \sqrt{\frac{DB}{CA}} = \sqrt{Z_{20}Z_{2K}}$
$\underline{\gamma} = \alpha + j\beta = \frac{1}{2} \ln \left[ \frac{U_1 I_1}{U_2 I_2} \right] = \ln(\sqrt{AD} + \sqrt{BC}) = \operatorname{arth} \sqrt{\frac{Z_K}{Z_O}}$

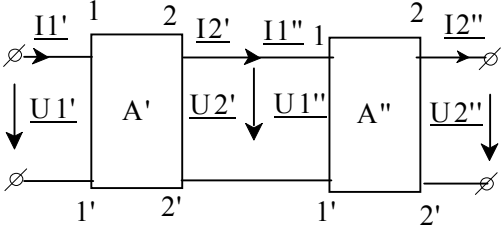
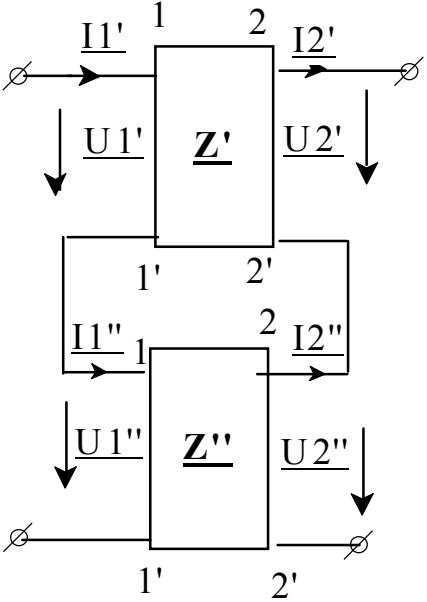
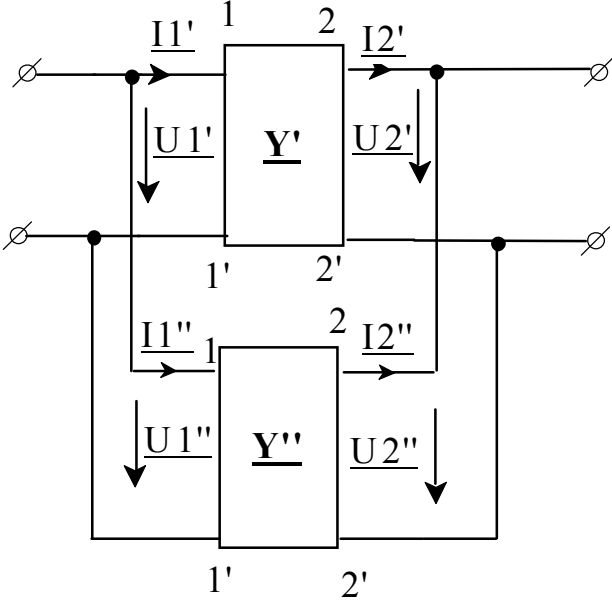
Уравнения четырехполюсника с гиперболическими функциями

$$\begin{cases} U_1 = \sqrt{\frac{Z_{1c}}{Z_{2c}}} (U_2 \operatorname{ch}(\underline{\gamma}) + Z_{2c} I_2 \operatorname{sh}(\underline{\gamma})); \\ I_1 = \sqrt{\frac{Z_{2c}}{Z_{1c}}} \left( \frac{1}{Z_{2c}} U_2 \operatorname{sh}(\underline{\gamma}) + I_2 \operatorname{ch}(\underline{\gamma}) \right). \end{cases}$$

Единицы измерения коэффициента затухания

$\alpha_{(дБ)} = 0.115 \alpha_{(Нп)} \quad 1 \text{ Нп} = 0.868 \text{ Б} = 8.68 \text{ дБ}$
$\alpha_{(Б)} = \lg \frac{P_1}{P_2} = \lg \frac{S_1}{S_2} = \lg \frac{U_1 I_1}{U_2 I_2} = 2 \lg \frac{U_1}{U_2} = 2 \lg \frac{I_1}{I_2} ;$
$\alpha_{(дБ)} = 10 \lg \frac{P_1}{P_2} = 10 \lg \frac{S_1}{S_2} = 10 \lg \frac{U_1 I_1}{U_2 I_2} = 20 \lg \frac{U_1}{U_2} = 20 \lg \frac{I_1}{I_2} ;$
$\alpha_{(Нп)} = \frac{1}{2} \ln \frac{P_1}{P_2} = \frac{1}{2} \ln \frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{2} \ln \frac{U_1 I_1}{U_2 I_2} = \ln \frac{U_1}{U_2} = \ln \frac{I_1}{I_2} .$

## Соединения четырехполюсников

Наименование соединения	Схема соединения	Матрица результирующего четырехполюсника
Каскадное		$\underline{\mathbf{A}} = \underline{\mathbf{A}}' * \underline{\mathbf{A}}''$
Последовательное		$\underline{\mathbf{Z}} = \underline{\mathbf{Z}}' + \underline{\mathbf{Z}}''$
Параллельное		$\underline{\mathbf{Y}} = \underline{\mathbf{Y}}' + \underline{\mathbf{Y}}''$

<p>Последователь- но-параллельное</p>	<p>The diagram shows two admittance blocks, <math>\underline{H}'</math> and <math>\underline{H}''</math>, connected in series. The input terminals are labeled 1 and 2, and the output terminals are labeled 1' and 2'. Currents <math>\underline{I1}'</math> and <math>\underline{I2}''</math> flow into and out of the blocks, respectively. Voltages <math>\underline{U1}'</math> and <math>\underline{U2}''</math> are applied across each block. The overall circuit is connected to external terminals marked with a circle and a slash (<math>\emptyset</math>).</p>	$\underline{H} = \underline{H}' + \underline{H}''$
<p>Параллельно- последователь- ное</p>	<p>The diagram shows two admittance blocks, <math>\underline{G}'</math> and <math>\underline{G}''</math>, connected in parallel. The input terminals are labeled 1 and 2, and the output terminals are labeled 1' and 2'. Currents <math>\underline{I1}'</math> and <math>\underline{I2}''</math> flow into and out of the blocks, respectively. Voltages <math>\underline{U1}'</math> and <math>\underline{U2}''</math> are applied across each block. The overall circuit is connected to external terminals marked with a circle and a slash (<math>\emptyset</math>).</p>	$\underline{G} = \underline{G}' + \underline{G}''$
<p>Цепная схема</p>	<p>The diagram shows two identical admittance blocks, each labeled with <math>\underline{Zc}</math> and <math>\underline{\gamma}</math>. The first block has terminals 1 and 2 on top and 1' and 2' on the bottom. The second block has terminals 1 and 2 on top and 1' and 2' on the bottom. Dashed lines connect the output terminals 2' of the first block to the input terminals 1 of the second block, representing a chain connection.</p>	$\underline{Z}_{цс} = \underline{Z}_c$ $\underline{\gamma}_{цс} = n\underline{\gamma}$

3.3 Электрические фильтры

<p>Схема</p> $\underline{Z}_1 = \pm jX_1$ $\underline{Z}_2 = -(\pm jX_2)$ $\underline{Z}_H = \underline{Z}_C$		
<p>Граничные частоты</p>	$1 + \frac{\underline{Z}_1}{2\underline{Z}_2} = \pm 1$	$1 + \frac{\underline{Z}_1}{2\underline{Z}_2} = \pm 1$
<p>Постоянные затухания <math>\alpha</math> и фазы <math>\beta</math></p>	<p><u>Полоса пропускания</u></p> $\alpha = 0, \quad \underline{Z}_H = R_C$ $U_1 = U_2, \quad I_1 = I_2$ $sh \frac{\alpha}{2} = 0, \quad sin \frac{\beta}{2} = \pm \sqrt{\frac{X_1}{4X_2}}$	<p><u>Полоса затухания</u></p> $\alpha \neq 0, \quad \underline{Z}_H = \pm jX_C$ $U_1 > U_2, \quad I_1 > I_2$ $ch \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{X_1}{4X_2}}, \quad cos \frac{\beta}{2} = 0$
<p>Характеристическое сопротивление</p>	$\underline{Z}_{CT} = \sqrt{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 \left(1 + \frac{\underline{Z}_1}{4\underline{Z}_2}\right)}$	$\underline{Z}_{СП} = \frac{\sqrt{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}}{\sqrt{1 + \frac{\underline{Z}_1}{4\underline{Z}_2}}}$

<p>Параметры</p>	<p>ФНЧ</p>	<p>ФВЧ</p>
<p>Схема</p> $K = \sqrt{\frac{L}{C}}$		
<p>Граничные частоты</p>	$\omega_0 = \frac{2}{\sqrt{LC}}$	$\omega_0 = \frac{1}{2\sqrt{LC}}$
<p>Значения элементов</p>	$L = \frac{2K}{\omega_0}; \quad C = \frac{2}{\omega_0 K}$	$L = \frac{K}{2\omega_0}; \quad C = \frac{1}{2\omega_0 K}$

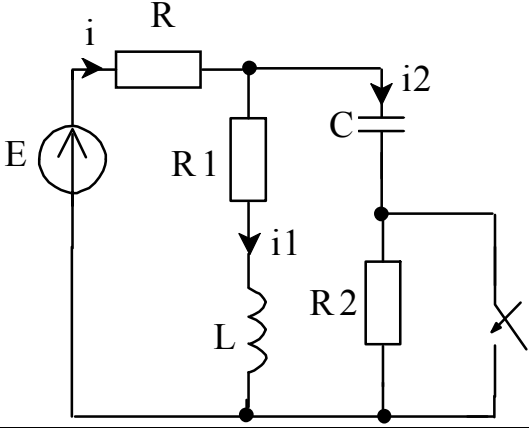
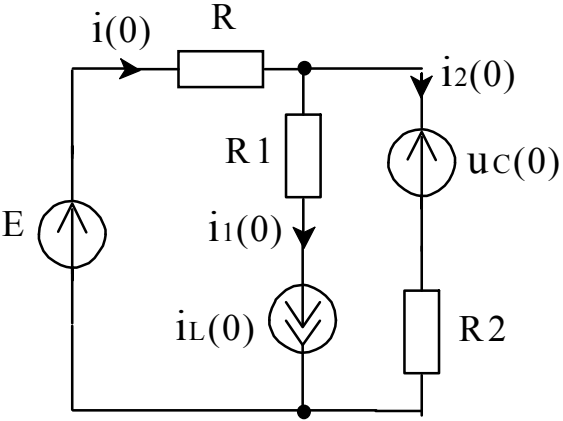


## 4 Переходные процессы в линейных электрических цепях

### 4.1 Классический метод расчета переходных процессов

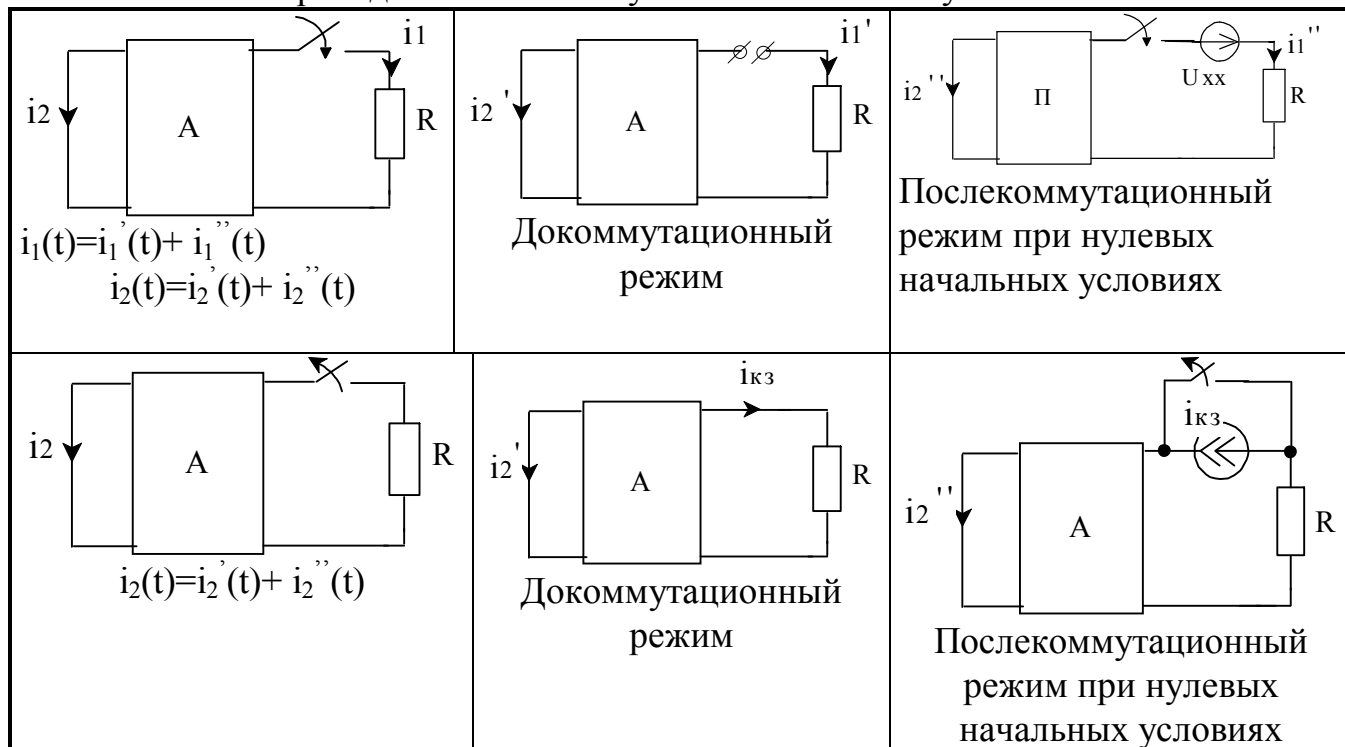
#### Алгоритм расчета

1	Составить систему дифференциальных уравнений для послекоммутационной цепи
2	Найти корни характеристического уравнения, используя а) приведение системы уравнений к одному; б) метод главного определителя; в) метод входного сопротивления.
3	Записать полное решение $i(t) = i_{уст}(t) + i_{св}(t), \quad \text{где}$ $i_{св}(t) = A_1 \exp(\alpha_1 t) + A_2 \exp(\alpha_2 t),$ <p style="text-align: right;">при <math>\alpha_1</math> и <math>\alpha_2</math> - действительных;</p> $i_{св}(t) = A_1 \exp(-\delta_1 t) \sin(\omega_{св} t + A_2),$ <p style="text-align: right;">при <math>\alpha_{1,2} = -\delta \pm j \omega_{св}</math>;</p> $i_{св}(t) = \exp(-\delta t) (A_1 t + A_2),$ <p style="text-align: right;">при <math>\alpha_1 = \alpha_2 = -\delta</math>.</p>
4	Найти начальные условия $i(0), \frac{di_1(0)}{dt}, \dots$ <u>независимые:</u> $i_L(0-) = i_L(0+) = i_L(0)$ (законы коммутации) $u_C(0-) = u_C(0+) = u_C(0)$ $\Psi_L(0-) = \Psi_L(0+) = \Psi_L(0)$ $Q_C(0-) = Q_C(0+) = Q_C(0)$ <u>зависимые:</u> определяются из системы дифференциальных уравнений для послекоммутационной цепи и законов коммутации
5	Рассчитать постоянные интегрирования $A_1, A_2$ $\begin{cases} i(0) = i_{yc}(0) + A_1 + A_2 \\ \frac{di(0)}{dt} = \frac{di_{yc}(0)}{dt} + \alpha_1 A_1 + \alpha_2 A_2 \end{cases}$
6	Исследовать полное решение

Начальные условия	Пример
Независимые	$i_1(0^-) = i_1(0^+) = \frac{E}{R + R_1}$ $u_C(0^-) = u_C(0^+) = E \frac{R_1}{R + R_1}$ 
Зависимые	<p>а) по законам Кирхгофа</p> $i(0) = i_1(0) + i_2(0)$ $E = Ri(0) + u_C(0) + R_2 i_2(0)$ $i(0) = \frac{E - u_C(0)}{R}; i_2(0) = \frac{E - u_C(0)}{R} - i_1(0)$ $\frac{di_1(0)}{dt} = \frac{u_C(0) - R_1 i_1(0)}{L}$ <p>б) по эквивалентным схемам</p> 
Для свободных составляющих	$i_{Lcb}(0) = i_L(0) - i_{Lycr}(0)$ $u_{Ccb}(0) = u_C(0) - u_{Cycr}(0)$

Вид разряда	Корни характеристического уравнения	Свободные составляющие
Апериодический $\frac{R}{2L} \geq \frac{1}{\sqrt{LC}}$	Действительные $\alpha_1, \alpha_2$	$i_{CB}(t) = A_1 e^{\alpha_1 t} + A_2 e^{\alpha_2 t}$
Предельный апериодический $\frac{R}{2L} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ $R_{кр} = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$	Действительные равные $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$	$i_{CB}(t) = e^{\alpha t} (A_1 + A_2 * t)$
Колебательный $\frac{R}{2L} \leq \frac{1}{\sqrt{LC}}$	Комплексно-сопряженные $\alpha_{1,2} = -\delta \pm j \omega_{CB}$	$i_{CB}(t) = A_1 e^{-\delta t} * \sin(\omega_{CB} t + A_2) = e^{-\delta t} (B_1 \sin \omega_{CB} t + B_2 \cos \omega_{CB} t)$

## Приведение схемы к нулевым начальным условиям

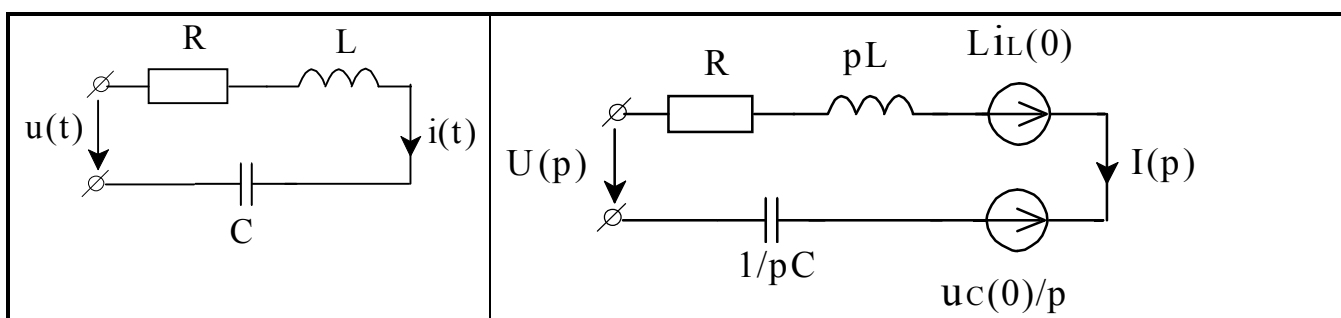


## 4.2 Операторный метод расчета переходных процессов

Преобразования Лапласа:

$F(p) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-pt} dt$	$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma-j\omega}^{\sigma+j\omega} F(p)e^{pt} dp$
---	--

Эквивалентная операторная схема:



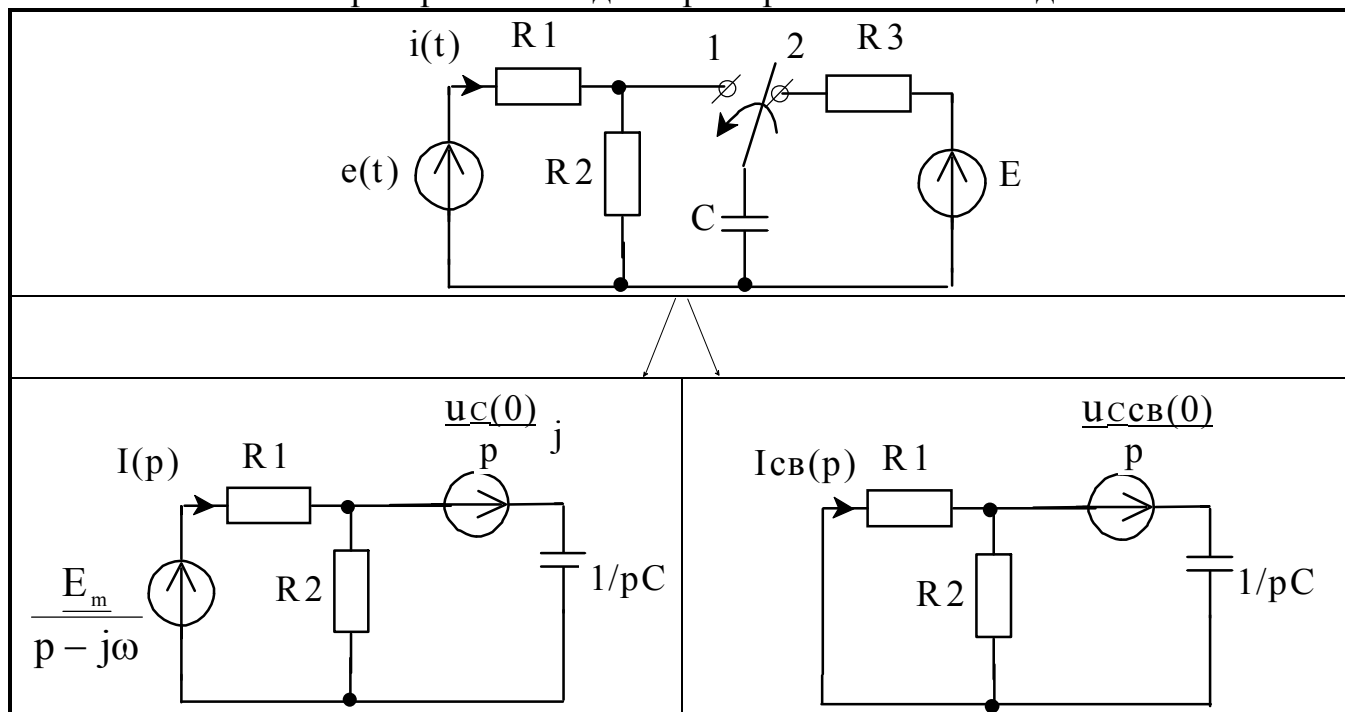
Теоремы операторного метода:

1	$f(\omega t) \div \frac{1}{\omega} F\left(\frac{p}{\omega}\right)$	2	$f(t - \tau) \div e^{-p\tau} * F(p)$
3	$f(t) * e^{-\delta t} \div F(p + \delta)$	4	$f(0+) \div \lim_{p \rightarrow \infty} p * F(p)$
5	$f(\infty) \div \lim_{p \rightarrow 0} p * F(p)$	6	$F_1(p) * F_2(p) \div \int_0^t f_1(\tau) * f_2(t - \tau) d\tau = \int_0^t f_1(t - \tau) * f_2(\tau) d\tau$
7	$f'(t) \div p * F(p) - f(0)$	8	$\int_0^t f(t) dt \div \frac{F(p)}{p}$
9	$f(t) = \sum_1^n \frac{G(p_k)}{H'(p_k)} * e^{p_k * t} \div \frac{G(p)}{H(p)}$	10	$f(t) = \frac{G(0)}{H_1(0)} + \sum_2^n \frac{G(p_k)}{p_k * H_1'(p_k)} * e^{p_k * t} \div \frac{G(p)}{p * H_1(p)}$
11	$f(t) = 2 \operatorname{Re} \left[ \frac{G(p_1)}{H'(p_1)} * e^{p_1 * t} \right], \quad p_{1,2} = -\delta \pm j\omega_{CB}$		
12	$f(t) = \sum_{s=1}^q \frac{A_{1s} * t^{q-s}}{(q-s)!} * e^{p_1 * t} \div \frac{G(p)}{(p-p_1)^q}$ $A_{1s} = \frac{1}{(s-1)!} \left[ \frac{d^{s-1}}{dp^{s-1}} \left\{ \frac{(p-p_1)^q * G(p)}{H(p)} \right\} \right]_{p=p_1}$		

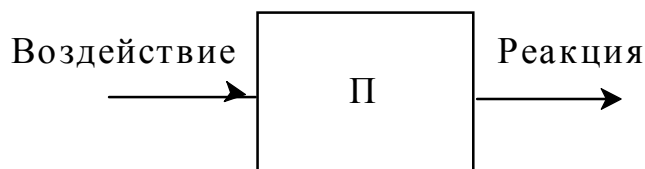
Таблица оригиналов и их изображений по Лапласу

Оригинал $f(t)$	Изображение $F(p)$
$A$	$\frac{A}{p}$
$t$	$\frac{1}{p^2}$
$A \cdot e^{-\delta \cdot t}$	$\frac{A}{p + \delta}$
$1 - e^{-\delta \cdot t}$	$\frac{-p}{p(p + \delta)}$
$t \cdot e^{-\delta \cdot t}$	$\frac{1}{(p + \delta)^2}$
$(1 - \delta t) \cdot e^{-\delta \cdot t}$	$\frac{p}{(p + \delta)^2}$
$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{p^2 + \omega^2}$
$\cos \omega t$	$\frac{p}{p^2 + \omega^2}$
$\sin(\omega t + \psi)$	$\frac{p \cdot \sin \psi + \omega \cdot \cos \psi}{p^2 + \omega^2}$
$e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega t)$	$\frac{\omega}{(p + \delta)^2 + \omega^2}$

Расчет операторным методом при гармоническом воздействии



## 4.3 Интеграл Дюамеля



Воздействие	Реакция
$1(t)$	$h(t)$
$1(t-\tau)$	$h(t-\tau)$
$A*1(t)$	$A*h(t)$
$\delta(t)$	$k(t)$
$\delta(t-\tau)$	$k(t-\tau)$
$A*\delta(t)$	$A*k(t)$
$k(t)=h'(t)+h(0)*\delta(t)$	

## Формы записи интеграла Дюамеля

1	$i(t) = e(0)*h(t) + \int_0^t e'(\tau)*h(t-\tau)d\tau$ <p>При <math>e(t) = \begin{cases} e_1(t) &amp; 0 &lt; t &lt; t_1; \\ e_2(t) &amp; t_1 &lt; t &lt; \infty, \end{cases}</math> в интервале <math>t &gt; t_1</math></p> $i(t) = e_1(0)*h(t) + \int_0^t e_1'(\tau)*h(t-\tau)d\tau + [e_2(t_1) - e_1(t_1)]*h(t-t_1) + \int_{t_1}^t e_2'(\tau)*h(t-\tau)d\tau$
2	$i(t) = e(0)*h(t) + \int_0^t e'(t-\tau)*h(\tau)d\tau$
3	$i(t) = e(t)*h(0) + \int_0^t e(\tau)*h'(t-\tau)d\tau$
4	$i(t) = e(t)*h(0) + \int_0^t e(t-\tau)*h'(\tau)d\tau$

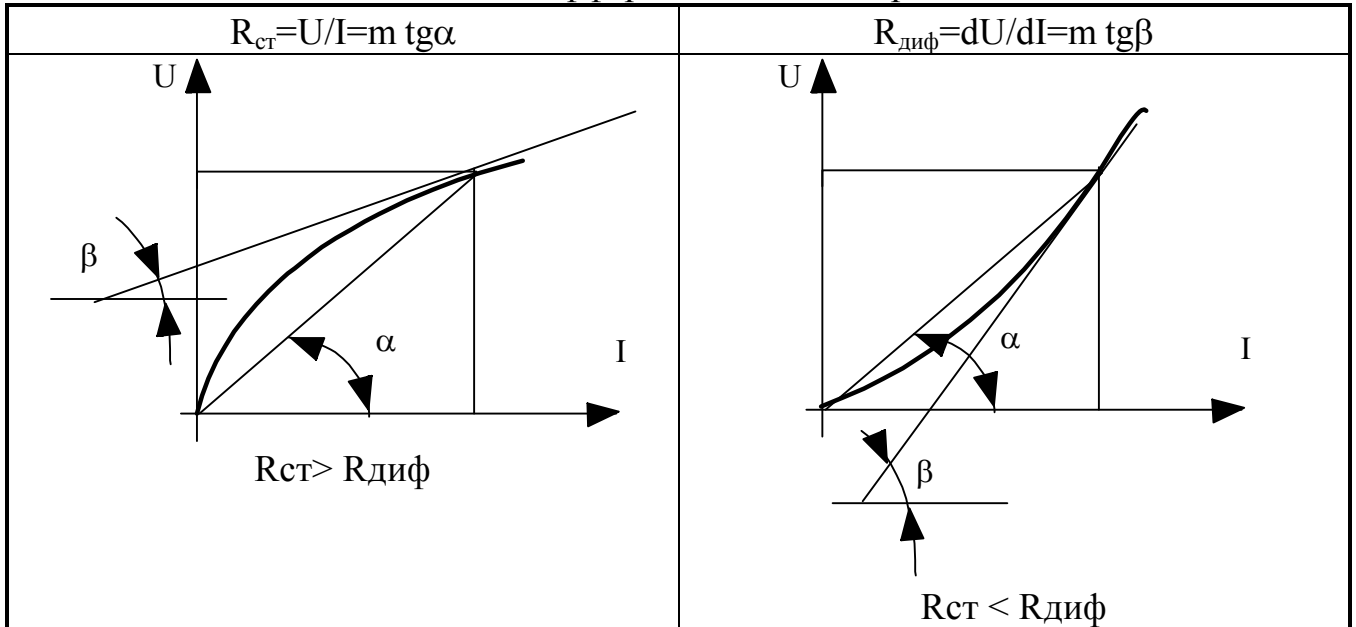
## Интеграл наложения

$$i(t) = \int_0^t e(\tau)*k(t-\tau)d\tau$$

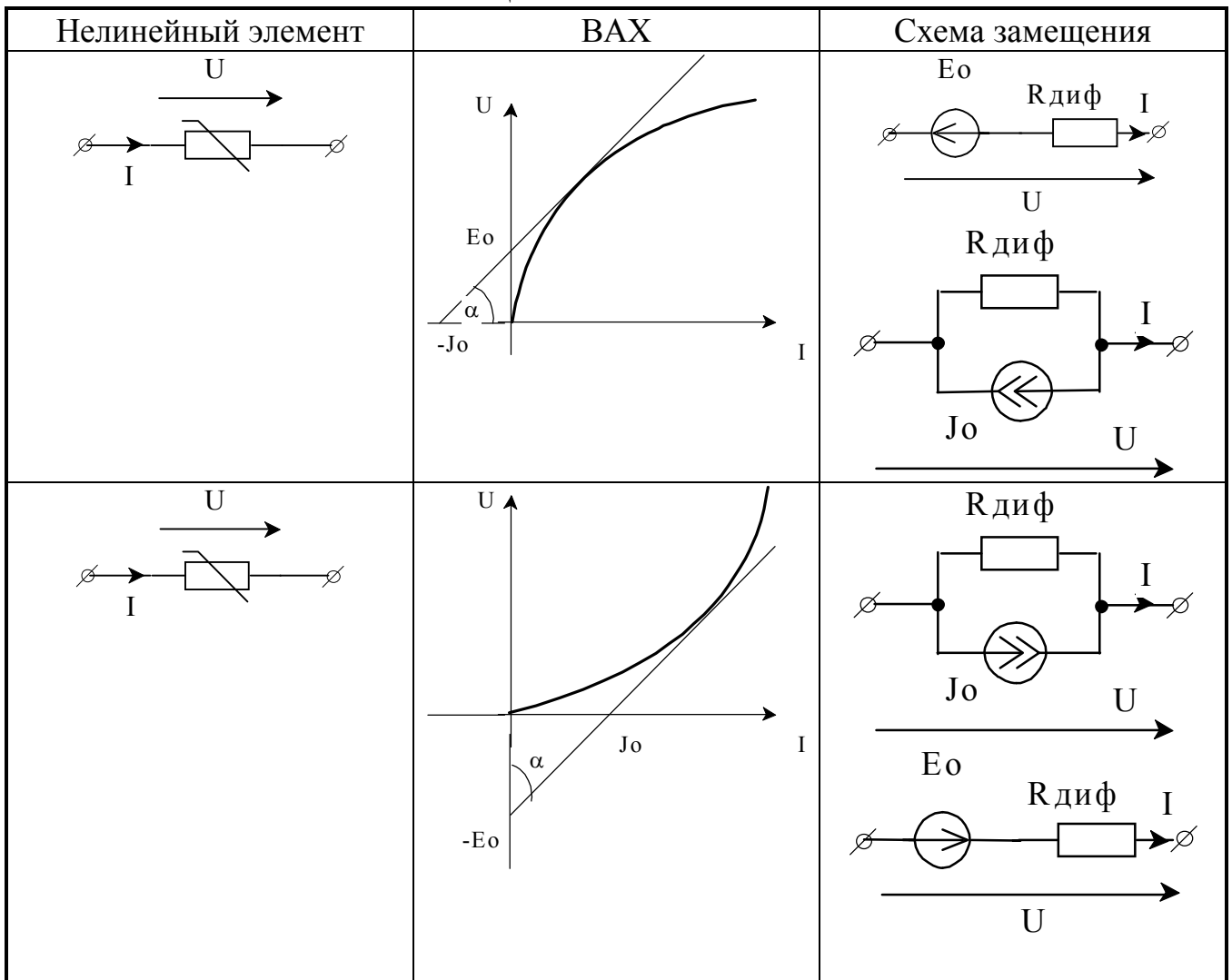
## 5 Нелинейные электрические цепи

### 5.1 Расчет нелинейных цепей постоянного тока

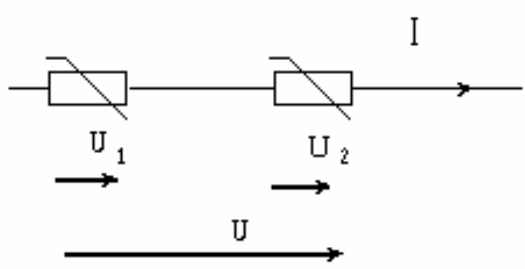
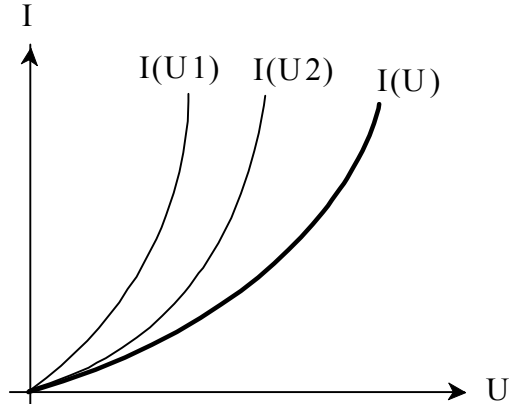
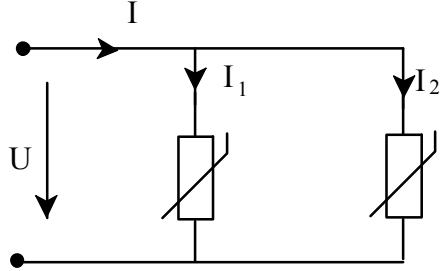
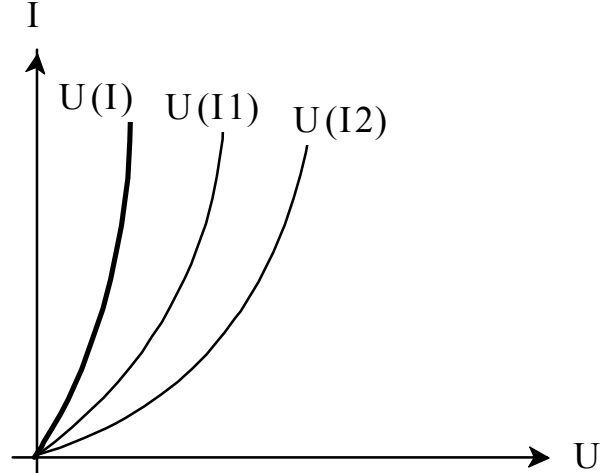
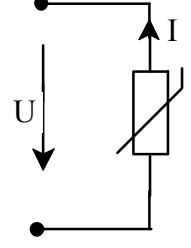
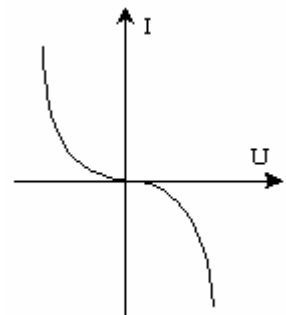
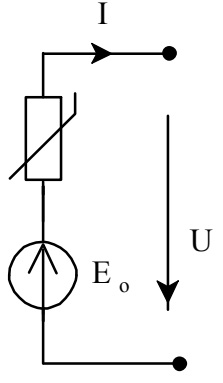
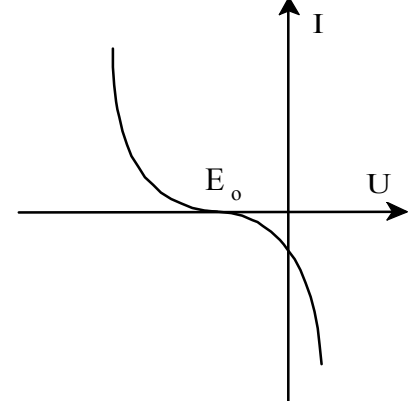
#### Статическое и дифференциальное сопротивление



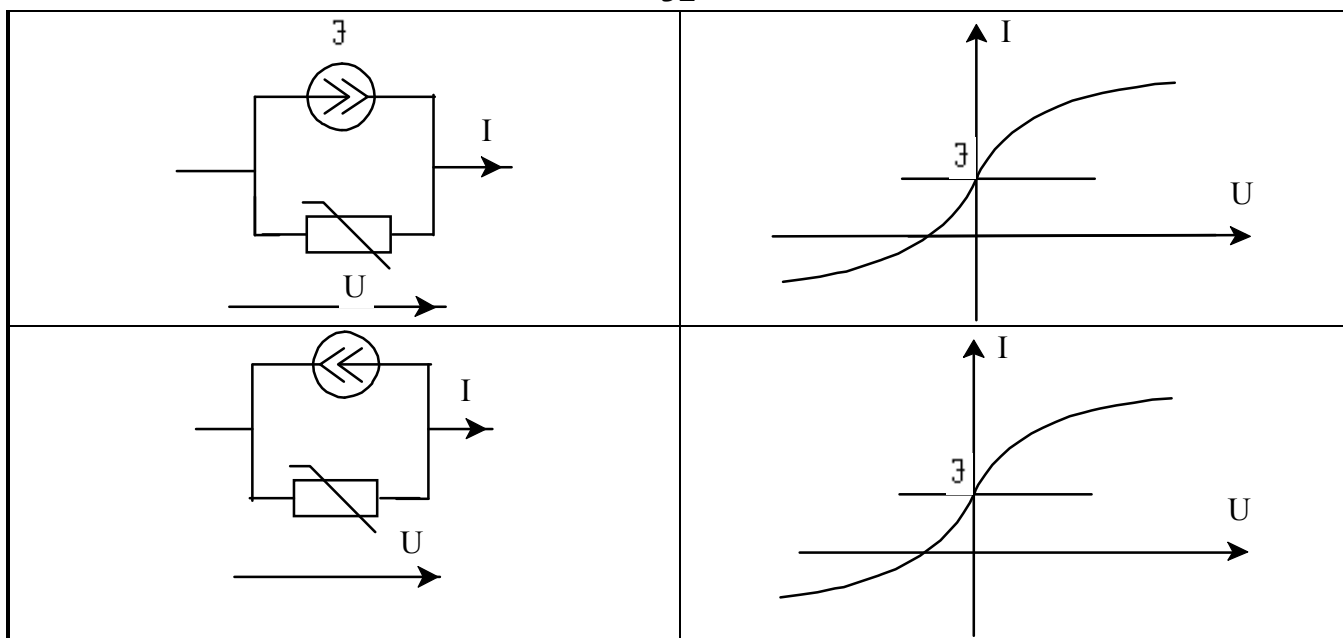
#### Схема замещения нелинейного элемента



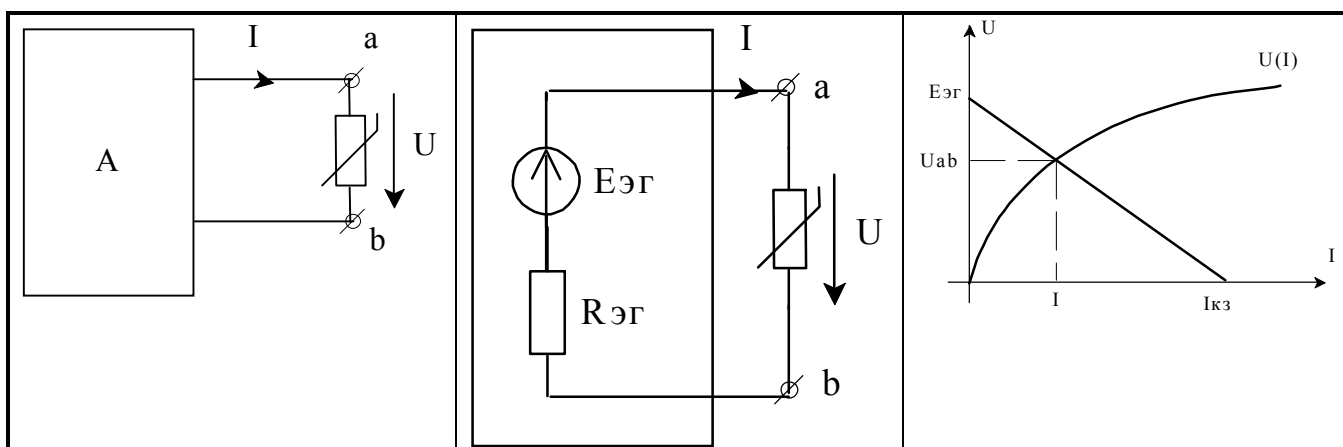
## Метод эквивалентных характеристик

Схема	ВАХ
	
	
	
	

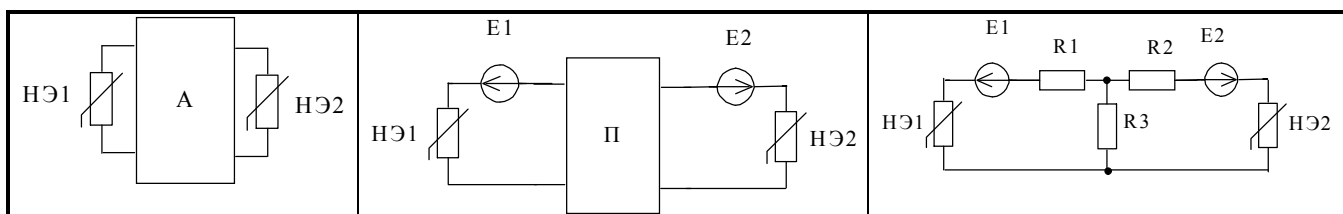




### Расчет разветвленной цепи с одним нелинейным элементом



### Расчет разветвленной цепи с двумя нелинейными элементами



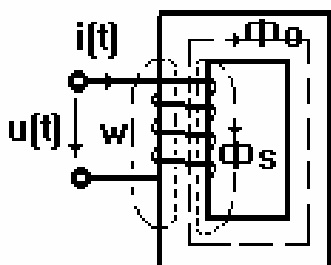
Основные величины и зависимости, характеризующие магнитное поле

Магнитная индукция - В (Тл)	$B = \mu_0 \mu_a H$ $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ Гн/м}$
Напряженность магнитного поля - Н (А/м)	$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = \sum i$ $\sum_k U_{mk} = \sum_k H_k l_{cpk} = \sum wI$
Магнитный поток - Ф (Вб)	$\Phi = \oint_s \vec{B} d\vec{S} = 0 \quad \sum_k \Phi_k = 0$

Формальная аналогия между электрической и магнитной цепями постоянного тока

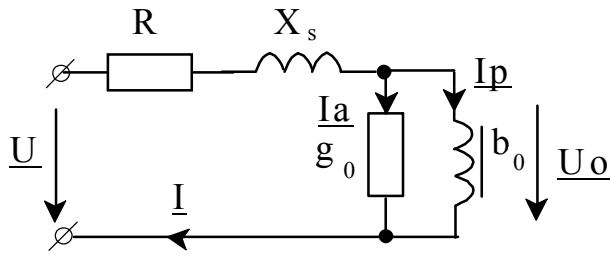
Параметры и законы электрической цепи	Параметры и законы магнитной цепи
Ток I	Поток Ф
Электрическое напряжение U	Магнитное напряжение $U_M = \sum H_k l_k$
ЭДС E	МДС $F = Iw$
Электрическое сопротивление $R = l/(\gamma S)$	Магнитное сопротивление $R_M = l_{cp} / (\mu_0 \mu_a S)$
Закон Ома $U = IR$	Закон Ома $U_M = \Phi R_M$
Первый закон Кирхгофа $\sum I = 0$	Первый закон Кирхгофа $\sum \Phi = 0$
Второй закон Кирхгофа $\sum E = \sum U$	Второй закон Кирхгофа $\sum F = \sum U_M$

5.2 Расчет нелинейных цепей переменного тока



$$u(t) = i(t)R + L_s \frac{di}{dt} + w \frac{d\Phi_0}{dt}$$

$$\underline{U} = \underline{I}R + j\omega L_s + j\omega w \Phi_0$$



$$I = \sqrt{I_a^2 + I_p^2}$$

$$\operatorname{tg} \delta = I_p / I_a$$

$$I_a = P_{\text{ст}} / U_0$$

$$I_p = Q_{\text{ст}} / U_0$$

$$I = \sqrt{I_1^2 + I_3^2 + I_5^2 + I_7^2}$$

$$U_0 = 4,44 f \omega w S B_m$$

$$P_{\text{ст}} = P_{\text{гист}} + P_{\text{вт}} = a_{\text{гист}} f B_m^n + a_{\text{вт}} f^2 B_m^n,$$

где  $n=1,6$  при  $B_m < 10^{-4}$  Тл

$n=2$  при  $B_m > 10^{-4}$  Тл

### Список литературы

1. Сборник задач и упражнений по теоретическим основам электротехники: Уч.пособие для вузов/Под ред.проф.П.А.Ионкина-М.:Энергоиздат,1982-768с.
- 2.Шебес М.Р.,Каблукова М.В. Задачник по теории линейных электрических цепей: Уч.пособие для электротехн., радиотехн.спец.вузов - 4-е зд.,перераб.и доп. - М.: Высшая школа,1990 - 544с.
3. Татур Т.А. Основы теории электрических цепей (справочное пособие ): Уч.пособие - М.: Высшая школа,1980 - 271с.

Составители: ВИНОГРАДОВА Людмила Евгеньевна  
ЛУКМАНОВ Виталий Сабирович  
МЕДВЕДЕВА Лариса Степановна  
ЧЕЧУЛИНА Ирина Евгеньевна

## **ОПОРНЫЙ КОНСПЕКТ ПО ТЕОРИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

Редактор Г.Р. Степанян  
ЛБ № 0192 от 16.10.96

Подписано к печати 26.06.97      Формат 60x84 1/16. Бумага оберточная.  
Печать плоская. Усл.печ.л. 2,1. Усл.кр.-отт. 2,0. Уч.-изд.л. 2,0.  
Тираж 300 экз. Заказ №                      . Бесплатно.  
Уфимский государственный авиационный технический университет  
Уфимская типография №2 Министерства печати и массовой информации  
Республики Башкортостан  
(450000, Уфа-центр, ул. К.Маркса,12)