

**Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего профессионального образования  
«Уфимский государственный авиационный технический  
университет»**

**НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ  
И МАГНИТНЫЕ ЦЕПИ**

**Практикум  
по дисциплине  
«Теория нелинейных электрических и магнитных цепей»**

**Уфа 2012**

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего профессионального образования  
«Уфимский государственный авиационный технический  
университет»

НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ  
И МАГНИТНЫЕ ЦЕПИ

Практикум  
по дисциплине  
«Теория нелинейных электрических и магнитных цепей»

Уфа 2012

Составители: В. С. Лукманов, Е. В. Парфенов, А. В. Гусаров,  
Т. М. Крайнова, Л. С. Медведева, Ю. А. Пугина

УДК 621.3 (07)

ББК 31.2 (я7)

Нелинейные электрические и магнитные цепи: Практикум по дисциплине «Теория нелинейных электрических и магнитных цепей» / Уфимск. гос. авиац. техн. ун-т; Сост.: В. С. Лукманов, Е. В. Парфенов, А. В. Гусаров, Л. С. Медведева, Т. М. Крайнова, Ю. А. Пугина. – Уфа, 2012. – 16 с.

Приведены методические указания к практическим занятиям по дисциплине «Теория нелинейных электрических и магнитных цепей». Целью занятий является усвоение студентами навыков аналитического расчета нелинейных электрических и магнитных цепей.

Практикум предназначен для подготовки бакалавров по направлениям 200100 «Приборостроение», 200300 «Биомедицинская инженерия», 200400 «Биомедицинская техника» и дипломированных специалистов по специальностям 200103 «Авиационные приборы и измерительно-вычислительные комплексы», 200106 «Информационно-измерительная техника и технологии», 200401 «Биотехнические и медицинские аппараты и системы», 200402 «Инженерное дело в медико-биологической практике», а также для других направлений и специальностей из групп 140000 «Энергетика, энергетическое машиностроение и электротехника», 210000 «Электронная техника, радиотехника и связь», 220000 «Автоматика и управление» при изучении дисциплин «Электротехника» и «Теоретические основы электротехники».

Рецензенты: канд. техн. наук, доц. Вавилова И.В.  
канд. техн. наук, доц. Иванов М.П.

© Уфимский государственный авиационный  
Технический университет, 2012

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение .....	4
1. Нелинейные цепи постоянного тока .....	6
2. Нелинейные цепи переменного тока с резистивными нелинейными элементами .....	7
3. Нелинейные цепи с реактивными нелинейными элементами .....	9
4. Нелинейные магнитные цепи .....	11
5. Расчет магнитных цепей с постоянными потоками .....	14
6. Расчет нелинейных цепей методом эквивалентных синусоид .....	17
Список литературы .....	20

## **ВВЕДЕНИЕ**

Методические указания предназначены для проведения практических занятий и организации контролируемой самостоятельной работы студентов электротехнических специальностей и направлений, изучающих дисциплины «Теория нелинейных электрических и магнитных цепей», «Теоретические основы электротехники» по очной и заочной формам обучения.

Приведены задачи для самостоятельного решения по следующим темам: нелинейные резистивные цепи на постоянном и переменном токе, нелинейные активно-реактивные цепи на переменном токе, магнитные цепи при постоянных и переменных потоках, расчет нелинейных магнитных цепей на переменном токе методом кусочно-линейной аппроксимации и методом эквивалентных синусоид.

Контроль за самостоятельной работой студентов осуществляется преподавателем как в Интернет-системе дистанционного обучения по электротехнике «ЭДО», так и с помощью таблиц ответов, содержащих ответы по каждому варианту.

В учебном пособии представлены исправленные, переработанные и дополненные материалы ранее изданных работ: «Сборник задач по теоретическим основам электротехники: Учебное пособие», «Переходные процессы. Четырехполюсники. Нелинейные цепи».

Разработаны новые генераторы индивидуальных заданий и ответов к ним по темам «Расчет магнитных цепей с постоянными потоками», «Расчет нелинейных цепей методом эквивалентных синусоид».

### **ЦЕЛЬ ПРАКТИКУМА**

Целью практикума служит освоение теоретического материала, пройденного на лекционных занятиях.

### **ЗАДАЧИ ПРАКТИКУМА**

Освоение методов анализа нелинейных цепей постоянного и переменного тока, а также умение выбрать наиболее эффективные методы решения поставленной задачи.

## ОТЧЕТ О ВЫПОЛНЕНИИ ЗАДАНИЯ

Правильность решения, а также отчет о решении задачи осуществляется студентом с помощью Интернет-системы «ЭДО» с любого компьютера, подключенного к глобальной сети, в том числе на персональных компьютерах в дисплейном классе кафедры. Отчет о выполнении студентом задания фиксируется на сайте кафедры и контролируется преподавателем.

Адрес сайта кафедры: <http://toe.ugatu.ac.ru>, раздел «Проверка ответов».

# 1. НЕЛИНЕЙНЫЕ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Вольтамперная характеристика нелинейного элемента, входящего в состав разветвленной цепи (рис.1.1), аппроксимирована аналитическим выражением  $U = A + BI + CI^2$ .

Рассчитать ток, указанный в индивидуальном задании.

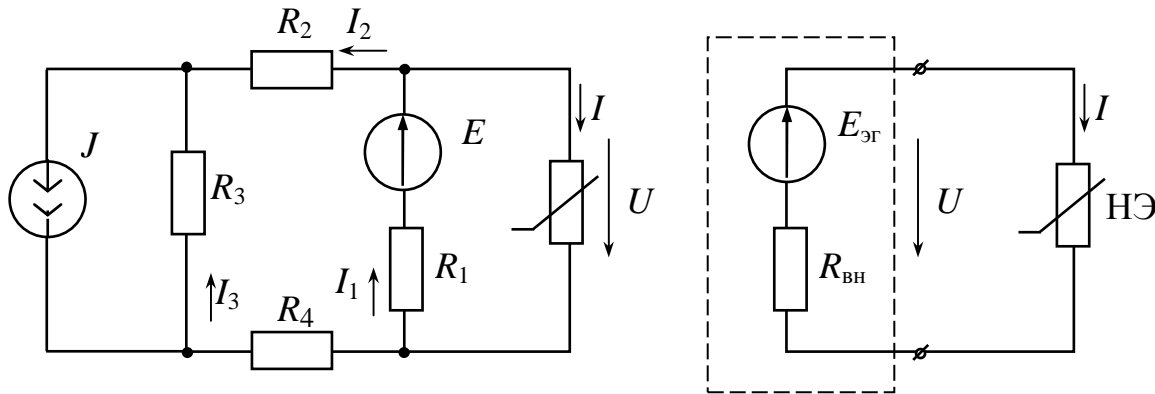


Рис.1.1 Электрическая схема с одним нелинейным элементов

## Методические указания

Повторить соответствующие разделы учебной литературы, указанной в предлагаемом списке.

При решении задачи целесообразно воспользоваться методом эквивалентного генератора.

Для этого разомкнуть ветвь с нелинейным элементом и полученную схему представить в виде эквивалентного генератора, нагрузкой которого является нелинейное сопротивление (рис.1.1).

## Примечание

В индивидуальном задании указано :

$E$  – [В];  $R$  – [Ом];  $J$  – [А];  $A$  – [В];  $B$  – [Ом];  $C$  – [Ом/А].

## 2. НЕЛИНЕЙНЫЕ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА С РЕЗИСТИВНЫМИ НЕЛИНЕЙНЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ

На входе нелинейного двухполюсника (рис.2.1 – схема 1, рис. 2.2 – схема 2, рис. 2.3 – схема 3) приложено гармоническое напряжение  $u = U_m \sin \omega t$ . Используя кусочно-линейную аппроксимацию вольтамперных характеристик диода (рис. 2.4) и стабилитрона (рис. 2.5) рассчитать границы интервалов линейности двухполюсника и ток, указанный в индивидуальном задании, на каждом интервале линейности за период входного воздействия.

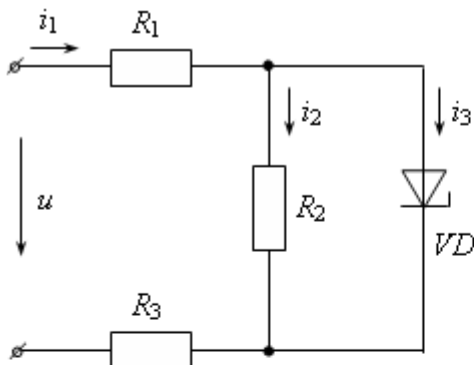


Рис. 2.1  
Схема 1

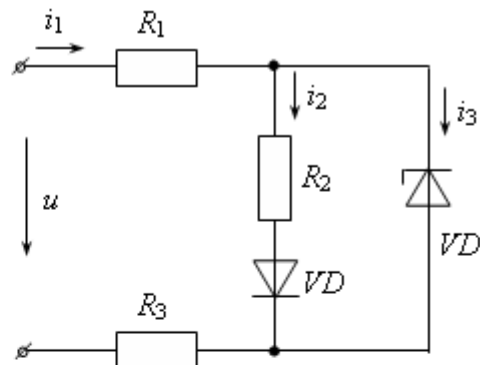


Рис. 2.2  
Схема 2

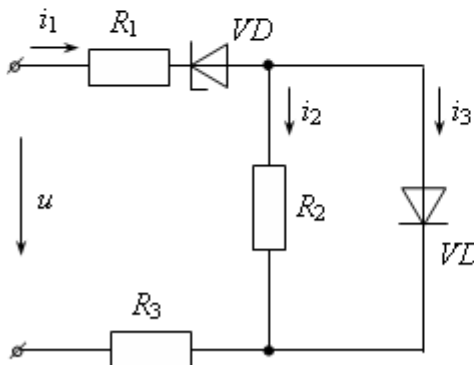


Рис. 2.3  
Схема 3

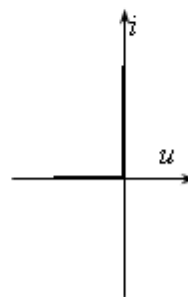


Рис. 2.4  
ВАХ диода

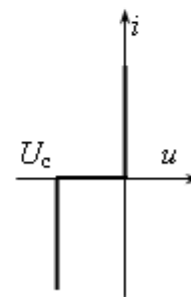


Рис. 2.5  
ВАХ  
стабилитрона



### **Методические указания**

Повторить соответствующие разделы учебной литературы, указанной в предлагаемом списке. Для расчета искомой величины использовать идеальные ВАХ диода и стабилитрона (рис. 2.4 и 2.5). На каждом участке линейности составить схему замещения, по которой рассчитать мгновенные значения искомой величины.

Найти границы интервалов линейности, приравнивая мгновенные значения найденной величины для момента времени соответствующего перехода с одного участка линейности на другой.

### **Примечание**

1. В индивидуальном задании указано :

$U$  – [В];  $R$  – [Ом];  $\varphi$  – [град].

2. Условные обозначения :

$UM$  – амплитудное значение приложенного напряжения;

$UC$  – напряжение пробоя стабилитрона.

### 3. НЕЛИНЕЙНЫЕ ЦЕПИ С РЕАКТИВНЫМИ НЕЛИНЕЙНЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ

На входе нелинейного двухполюсника (рис. 3.1 – схема 1, рис. 3.2 – схема 2) приложено синусоидальное напряжение  $u = U_m \sin \omega t$ . Пользуясь кусочно-линейной аппроксимацией вебер-амперной характеристики дросселя (рис.3.3) или кулон-вольтной характеристики вариконда (рис.3.4) рассчитать границы интервалов линейности двухполюсника и ток или напряжение, указанные в индивидуальном задании, за период входного воздействия.

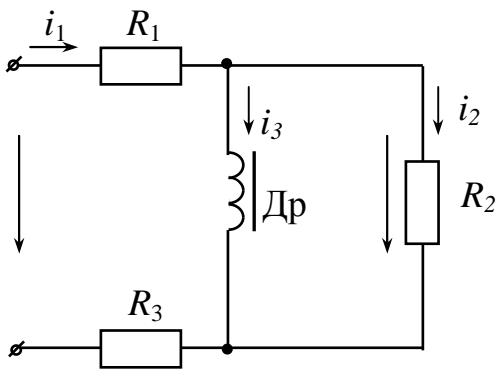


Рис. 3.1  
Схема 1

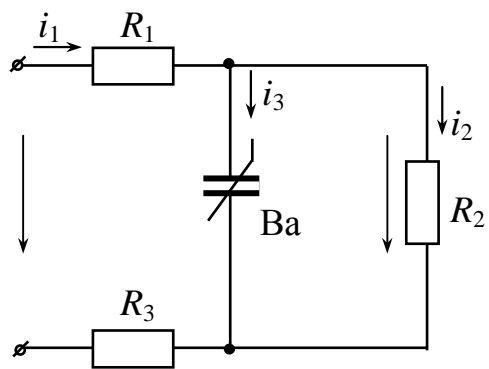


Рис. 3.2  
Схема 2

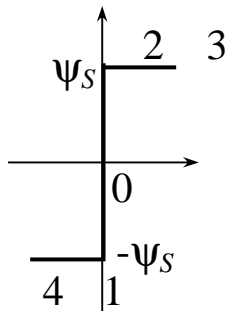


Рис. 3.3  
ВАХ дросселя

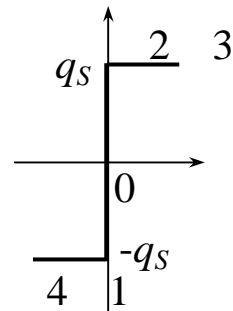


Рис. 3.4  
ВАХ вариконда

### **Методические указания**

Повторить соответствующие разделы учебной литературы, указанной в предлагаемом списке.

Для расчета искомой величины использовать кусочно-линейную аппроксимацию ВБАХ (рис. 3.3 и 3.4).

Каждая характеристика имеет участок намагничивания 1-2 и насыщения 2 - 3 и 1 - 4.

Для каждого участка составить схему замещения, учитывая, что на участке 1-2 обеих характеристик индуктивность и емкость бесконечно большие величины, а на участках 2-3 и 1-4 – равны нулю

Найти границы интервалов линейности, приравнявая мгновенные значения найденной величины для момента времени соответствующего перехода с одного участка линейности на другой.

### **Примечание**

1. В индивидуальном задании указано :

$$U - [В]; R - [Ом]; J - [А]; \psi_S - [Вб]; q_S - [Кл].$$

2. В индивидуальном задании приняты условные обозначения :

$$FS - \psi_S; QS - q_S; W - \text{частота } \omega; UM - \text{амплитудное значение напряжения}; IM - \text{амплитудное значение тока}.$$

## 4. НЕЛИНЕЙНЫЕ МАГНИТНЫЕ ЦЕПИ

Задана нелинейная магнитная цепь с магнитопроводом из ферромагнитного материала и двумя обмотками (рис. 4.1), электрическая схема замещения которой представлена на рис. 4.2.

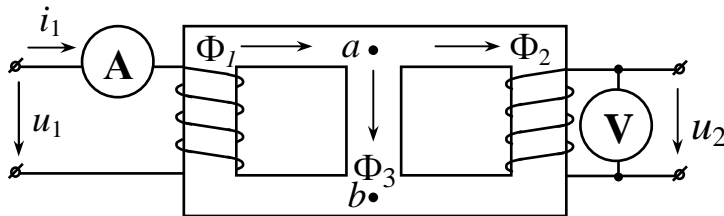


Рис. 4.1

Нелинейная магнитная цепь

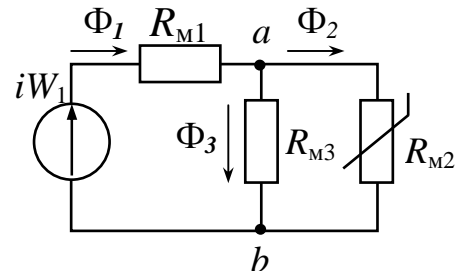


Рис. 4.2

Электрическая схема замещения

К зажимам обмотки  $W_1$  подключен источник гармонического напряжения  $u = U_m \sin \omega t$ , а обмотка  $W_2$  разомкнута. Левый и средний стержни магнитопровода (рис. 4.1) работают в линейном режиме, и поэтому на электрической схеме замещения представлены линейными магнитными сопротивлениями  $R_{M1}$ ,  $R_{M3}$ .

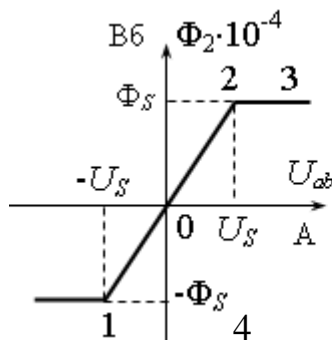


Рис. 4.3

Магнитная характеристика

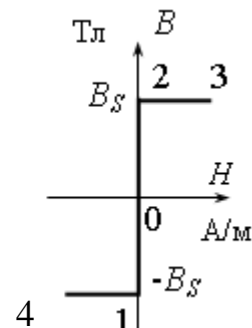


Рис. 4.4

Кривая намагничивания

Правый стержень магнитопровода (рис. 4.1) может достигать состояния насыщения и на схеме замещения представлен нелинейным магнитным сопротивлением  $R_{M2}$ . При этом задана его магнитная характеристика  $\Phi_2(U_{ab})$  (рис. 4.3) – для вариантов 1 – 7 или идеальная кривая намагничивания  $B_2(H)$  (рис 4.4) материала правого стержня и площадь его сечения  $S_2$  – для вариантов 8 – 14.

Определить показания амперметра или вольтметра (АМЭ, УМЭ) магнитоэлектрической или электромагнитной (АЭМ, УЭМ) систем, указанного в индивидуальном задании.

### Методические указания

В начале решения задачи следует определить поток  $\Phi_1$  по заданному напряжению  $u_1$ , используя закон электромагнитной индукции. Для определения потоков  $\Phi_2$  и  $\Phi_3$  следует воспользоваться семей замещения рис. 4.2. При этом магнитное сопротивление правого стержня для характеристики рис.4.3 определяется отношением магнитного напряжения к магнитному потоку, а для характеристики рис. 4.4- нулевое магнитное сопротивление.

Далее по формуле разброса с использованием электрической схемы замещения магнитной цепи на участке 1-2 линейности ВБАХ следует определить потоки  $\Phi_2$  и  $\Phi_3$ .

На схеме замещения правый стержень в режиме насыщения может быть представлен источником магнитного потока  $\pm\Phi_S$ , поэтому мгновенное значение напряжения  $u_2$  на соответствующих интервалах линейности будет иметь нулевое значение. Мгновенное значение тока  $i_1$  рассчитывается по значению магнитодвижущей силы, определенной по законам Кирхгофа для магнитной цепи. При нахождении рабочей точки на участке насыщения правого стержня, в кривой тока появится постоянная составляющая, знак которой определяется знаком потокосцепления насыщения  $\Phi_S$  на данном интервале линейности. Кривые мгновенных значений тока и напряжения симметричны и имеют нулевые средние значения.

Показания приборов электромагнитной системы соответствуют действующим значениям тока и напряжения, приборов магнитоэлектрической системы – средневыпрямленным значениям.

**Примечание 1.** В индивидуальном задании указано:  $U_m$  – [В];  $U_S$  – [А];  $R_{M1}, R_{M3} \cdot 10^3$  – [Гн];  $\omega$  – [ $c^{-1}$ ],  $\Phi$  – [Вб],  $I$  – [мА],  $B$  – [Тл]. Для вариантов 8 – 14 площадь сечения  $S_2 = 100 \text{ мм}^2$ .

2. В распечатках ответов обозначены:  $\Phi_{1M}, \Phi_{2M}$  – амплитудные значения магнитных потоков  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$ ;  $US$  – точка перехода магнитного напряжения с участка перемагничивания (1-2) на участок насыщения (2-3) магнитной характеристики  $\Phi_2(U_{ab})$ ;  $U_{2M}, I_{1M}$  – амплитудные значения напряжения  $u_2$  и тока  $i_1$  на интервале перемагничивания (1-2) правого стержня;  $I_{2M}, I_0$  – амплитуда и

постоянная составляющая тока  $i_1$  на интервале насыщения (2-3) правого стержня;  $IM$ ,  $UM$ ,  $UЭ$  – показания приборов;  $WT$  – угол перехода с участка перемагничивания на участок насыщения правого стержня магнитопровода.

## 5. РАСЧЕТ МАГНИТНЫХ ЦЕПЕЙ С ПОСТОЯННЫМИ ПОТОКАМИ

### Разветвленная линейная цепь

Задана разветвленная магнитная цепь с двумя источниками магнитного потока и различными магнитными и геометрическими свойствами и площадями сечений участков магнитопровода.

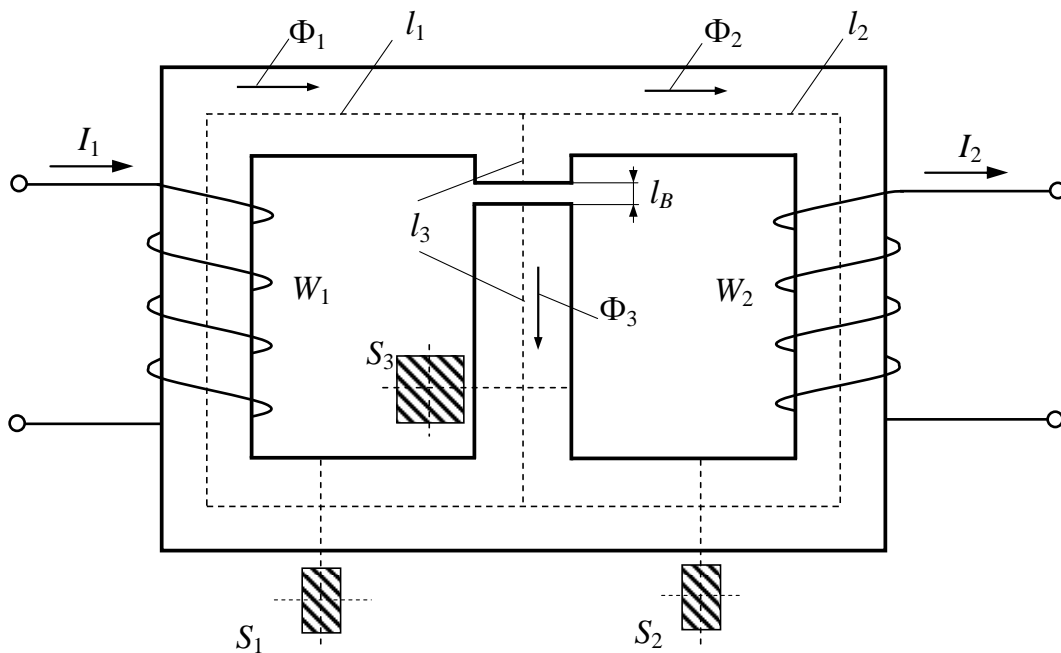


Рис. 5.1 Разветвленная магнитная цепь

Геометрические размеры магнитопровода: средняя длина магнитных силовых линий –  $l_1, l_2, l_3$ ; ширина воздушного зазора –  $l_B$ ; площадь сечения участков магнитопровода –  $S_1 = S_2 = \frac{1}{2} S_3$ ; эффективное сечение воздушного зазора –  $S_6$ . Относительная магнитная проницаемость участков магнитопровода  $\mu_1, \mu_2, \mu_3$ . Постоянный ток в катушке с числом витков  $W_1$  равен  $I_1$ ; постоянный ток в катушке с числом витков  $W_2$  равен  $I_2$ .

Определить потоки  $\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3$ , значения магнитной индукции и напряженности магнитного поля на всех участках магнитной цепи и в воздушном зазоре.

### Методические указания

Повторить соответствующие разделы учебной литературы, указанной в предлагаемом списке.

Для решения задачи целесообразно построить эквивалентную электрическую схему замещения магнитной цепи.

Для определения потоков составить уравнения по законам Кирхгофа для магнитной цепи.

### Примечание

В индивидуальном задании указано:  $S_1, S_2, S_3, S_6 - [см^2]$ ;  $l_1, l_2, l_3 - [см]$ ;  $l_B - [мм]$ ;  $I_1, I_2 - [А]$ ,  $\mu_1, \mu_2, \mu_3$ .

### Неразветвленная нелинейная цепь

Задана неразветвленная магнитная цепь электромагнита, состоящая из двух участков, выполненных из электротехнической стали, кривая намагничивания которой аппроксимируется выражением

$H = k_1 B + k_3 B^3$ , где  $H$  выражено в  $[А/см]$ , а  $B$  – в  $[Тл]$ .

Геометрические размеры магнитопровода: средняя длина магнитных силовых линий участков магнитопровода –  $l_1, l_2$ ; ширина каждого воздушного зазора –  $l_B$ ; площадь сечения участков магнитопровода –  $S_1, S_2$ ; эффективная площадь воздушного зазора –  $S_6$ . Постоянный ток в катушке с числом витков  $W$  равен  $I$ .

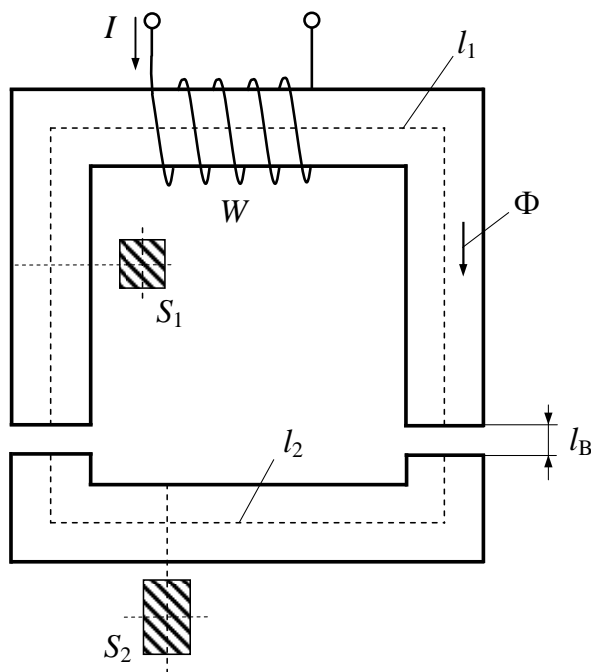


Рис. 5.2 Неразветвленная магнитная цепь

При известном значении магнитной индукции в воздушном зазоре  $B_B$  определить магнитный поток, МДС, индукцию и



напряженность магнитного поля на всех участках магнитной цепи.  
Рассчитать силу тяги электромагнита.

### **Методические указания**

Повторить соответствующие разделы учебной литературы, указанной в предлагаемом списке.

При определении индукции на всех участках магнитной цепи учесть, что магнитный поток постоянный по всей длине сердечника и воздушных зазоров.

### **Примечание**

В индивидуальном задании указано:  $S_1, S_2, S_B - [\text{см}^2]$ ;  $l_1, l_2 - [\text{см}]$ ;  $l_B - [\text{мм}]$ ;  $B_B - [\text{Тл}]$ ;  $I - [\text{А}]$ .

## 6. РАСЧЕТ НЕЛИНЕЙНЫХ ЦЕПЕЙ МЕТОДОМ ЭКВИВАЛЕНТНЫХ СИНУСОИД

### Расчет катушки с ферромагнитным сердечником

Задана катушка с ферромагнитным сердечником, которая подключена к источнику синусоидального напряжения. Известно: действующее значение напряжения  $U$ , действующее значение тока  $I$ , мощность, потребляемая от сети  $P$ , активное сопротивление обмотки  $R_M$ , индуктивное сопротивление рассеяния  $X_S$ .

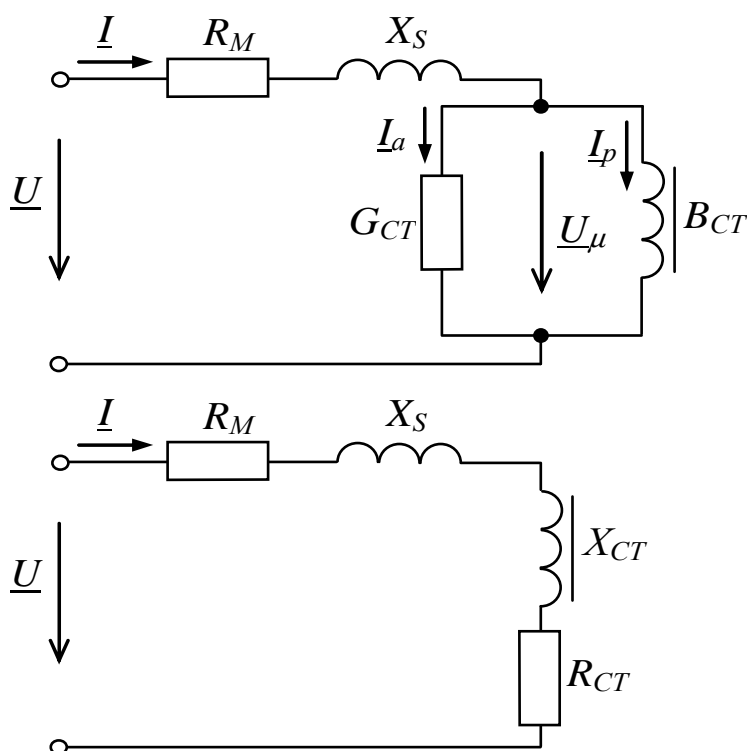


Рис. 6.1 Параллельная и последовательная схемы замещения катушки

Определить потери в стали сердечника, обусловленные гистерезисом и вихревыми токами, недостающие параметры последовательно-параллельной схемы замещения, активную и реактивную составляющие тока и максимальное значение основного потокосцепления.

### Методические указания

Повторить соответствующие разделы учебной литературы, указанной в предлагаемом списке. При расчете параметров схемы замещения пользоваться символическим методом.

При расчете целесообразно вначале определить параметры последовательной схемы замещения, а затем перейти к последовательно-параллельной.

### **Примечание**

В индивидуальном задании указано:  $U$  – [В];  $I$  – [А];  $P$  – [Вт];  $R_M, X_S$  – [Ом];  $f$  – [Гц].

### **Феррорезонанс напряжений**

Задана цепь состоящая из катушки с ферромагнитным сердечником, соединенной последовательно с линейным конденсатором емкостью  $C$ . Цепь питается от источника синусоидального напряжения. Вольтамперная характеристика катушки для действующих значений на частоте  $f$  аппроксимируется выражением  $U = aI - bI^3$ .

Пренебрегая активными потерями, определить при каком значении тока будет наблюдаться режим феррорезонанса напряжений. Рассчитать значение тока, при котором общее напряжение достигает максимального значения при условии, что вся цепь в целом имеет индуктивный характер.

Определить:

1) при какой минимальной емкости нельзя достигнуть резонанса изменением напряжения или тока источника питания;

2) при какой максимальной емкости уже нельзя пользоваться данной аппроксимацией характеристики дросселя при расчете резонансного тока

### **Методические указания**

Повторить соответствующие разделы учебной литературы, указанной в предлагаемом списке.

Минимальная емкость определяется из условия, что вольтамперная характеристика конденсатора должна лишь касаться вольтамперной характеристики дросселя.

Максимальная емкость определяется из условия, что предельный ток, при котором справедлива данная аппроксимация, должен быть больше тока, при котором наступает резонанс.

### **Примечание**

В индивидуальном задании указано:  $a$  – [Ом];  $b$  – [В/А<sup>3</sup>];  $C$  – [мкФ];  $f$  – [Гц].

### **Феррорезонанс токов**

Задана цепь состоящая из катушки с ферромагнитным сердечником, соединенной параллельно с линейным конденсатором емкостью  $C$ . Цепь питается от источника синусоидального напряжения

Вольтамперная характеристика катушки для действующих значений при частоте  $f$  аппроксимируется выражением  $I = aU + bU^3$ .

Пренебрегая активными потерями, определить при каком значении напряжения будет наблюдаться режим феррорезонанса токов. Рассчитать значение напряжения, при котором общий ток достигает максимального значения при условии, что вся цепь в целом имеет емкостный характер.

### **Примечание**

В индивидуальном задании указано:  $a$  – [См];  $b$  – [А/В<sup>3</sup>];  $U$  – [В];  $I$  – [А];  $C$  – [мкФ];  $f$  – [Гц].

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи: учебник для вузов. 10-е изд. М.: Гардарики, 2002.— 638 с.
2. Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники. Электромагнитное поле: Учебник для студентов высших учебных заведений. 10-е изд., стер. М.: Гардарики, 2003. 317 с.
3. Сборник задач по теоретическим основам электротехники: Учебное пособие для студентов вузов; под ред. Л. А. Бессонова. М.: Высшая школа, 2003. 528 с.
4. Теоретические основы электротехники: Учебник для вузов/ К. С. Демирчян [и др.]. СПб : Питер, 2003. Т. 1. 2003. 463 с.
5. Теоретические основы электротехники: Учебник для вузов/ К. С. Демирчян [и др.]. СПб : Питер, 2003. Т. 2 . 2003. 576 с.
6. Теоретические основы электротехники: Учебник для вузов/ К. С. Демирчян [и др.]. СПб : Питер, 2003. Т. 3. 2003. 377 с.
7. Лукманов В. С. Теоретические основы электротехники: Учебное пособие для студентов вузов. Уфа: УГАТУ, 2005. Ч. 1. Теория линейных электрических цепей. 2005. 120 с.
8. Лукманов В. С. Теоретические основы электротехники: Учебное пособие для вузов. Уфа: УГАТУ, 2005. Ч. 3: Теория электромагнитного поля . 2005. 91 с.

Составители: ЛУКМАНОВ Виталий Сабирович  
ПАРФЕНОВ Евгений Владимирович  
ГУСАРОВ Александр Вячеславович  
КРАЙНОВА Татьяна Михайловна  
МЕДВЕДЕВА Лариса Стапановна  
ПУГИНА Юлия Андреевна

## НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ И МАГНИТНЫЕ ЦЕПИ

Практикум  
по дисциплине  
«Теория нелинейных электрических и магнитных цепей»

Редактор Волосатова Е.В.

Подписано в печать    Формат 60×84 1/16.

Бумага офсетная. Печать плоская.

Усл. печ. л. 6,0    Усл. кр.-отт. 5,9    Уч.-изд. л. 5,9

Гарнитура Times New Roman Cyr.

Тираж    экз.        Заказ №

ФГБОУ ВПО «Уфимский государственный  
авиационный технический университет»

Центр оперативной полиграфии «УГАТУ»

450000, Уфа-центр, ул. К. Маркса, 12