

**Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Уфимский государственный авиационный технический
университет»**

ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ

**Практикум
по дисциплине
«Теория электромагнитного поля»**

Уфа 2012

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Уфимский государственный авиационный технический
университет»

ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ

практикум
по дисциплине
«Теория электромагнитного поля»

Уфа 2012

Составители: В. С. Лукманов, Е. В. Парфенов, Т. М. Крайнова,
И.Р. Енгальчев

УДК 621.3 (07)
ББК 31.2 (я7)

Электромагнитное поле. Практикум по дисциплине «Теория электромагнитного поля»/ Уфимск. гос. авиац. техн. ун-т; Сост.: В. С. Лукманов, Е. В. Парфенов, Т. М. Крайнова, И.Р. Енгальчев. – Уфа, 2012. – 17 с.

Практикум содержит методические указания к практическим занятиям по дисциплинам «Теория электромагнитного поля» и «Инженерные приложения ТЭМП». Целью занятий является усвоение студентами навыков аналитического расчета электрического, магнитного, стационарного и переменного поля.

Предназначен для подготовки бакалавров по направлениям 200100 «Приборостроение», 200300 «Биомедицинская инженерия», 200400 «Биомедицинская техника» и дипломированных специалистов по специальностям 200103 «Авиационные приборы и измерительно-вычислительные комплексы», 200106 «Информационно-измерительная техника и технологии», 200401 «Биотехнические и медицинские аппараты и системы», 200402 «Инженерное дело в медико-биологической практике», а также для других направлений и специальностей из групп 140000 «Энергетика, энергетическое машиностроение и электротехника», 210000 «Электронная техника, радиотехника и связь», 220000 «Автоматика и управление» при изучении дисциплин «Электротехника» и «Теоретические основы электротехники».

Ил. 28 Библиогр. 8

Рецензенты: канд. техн. наук, доц. Вавилова И.В.
канд. техн. наук, доц. Иванов М.П.

© Уфимский государственный
авиационный технический университет, 2012

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	4
1. Уравнение Максвелла в интегральной форме для электрического поля	5
2. Граничные условия в электростатическом поле	6
3. Электростатическое поле двухпроводной линии	8
4. Стационарное поле постоянного тока	9
5. Расчет тока утечки в коаксиальном кабеле	10
6. Уравнение Максвелла в интегральной форме для магнитного поля	11
7. Векторный магнитный потенциал	12
8. Работа в электрическом поле	13
9. Сила в электрическом поле	14
10. Распространение электромагнитной волны в проводящей среде	15
11. Поверхностный эффект	16
Список рекомендуемой литературы	17

ВВЕДЕНИЕ

Практикум по дисциплине «Теория электромагнитного поля» предназначен для проведения практических занятий и организации контролируемой самостоятельной работы студентов электротехнических специальностей и направлений, изучающих дисциплины «Теория электромагнитного поля», «Инженерные приложения ТЭМП» «Теоретические основы электротехники» по очной и заочной формам обучения.

Приведены задачи для самостоятельного решения по следующим темам: электростатическое поле, стационарное поле постоянного тока в проводящих средах, магнитное поле, энергия и сила в электрическом поле, электромагнитные волны, поверхностный эффект. В практикуме представлены исправленные, переработанные и дополненные материалы ранее изданных работ: «Электромагнитное поле. Методические указания к практическим занятиям по курсу ТОЭ» (1995).

Контроль за самостоятельной работой студентов осуществляется преподавателем как в Интернет-системе дистанционного обучения по электротехнике «ЭДО», так и с помощью таблиц ответов, содержащих ответы по каждому варианту.

ЦЕЛЬ ПРАКТИКУМА

Освоение студентами навыков аналитического расчета электрического, магнитного, стационарного и переменного поля.

ЗАДАЧИ ПРАКТИКУМА

Приобретение практических навыков решение интегральных и дифференциальных уравнений теории поля, а также освоение основных методов решения краевых задач.

ОТЧЕТ О ВЫПОЛНЕНИИ ЗАДАНИЯ

Правильность решения, а также отчет о решении задачи осуществляется студентом с помощью Интернет-системы «ЭДО» с любого компьютера, подключенного к глобальной сети, в том числе на персональных компьютерах в дисплейном классе кафедры.

Отчет о выполнении студентом задания фиксируется на сайте кафедры и контролируется преподавателем.

Адрес сайта кафедры: <http://toe.ugatu.ac.ru>, раздел «Проверка ответов».

1. УРАВНЕНИЕ МАКСВЕЛЛА В ИНТЕГРАЛЬНОЙ ФОРМЕ ДЛЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

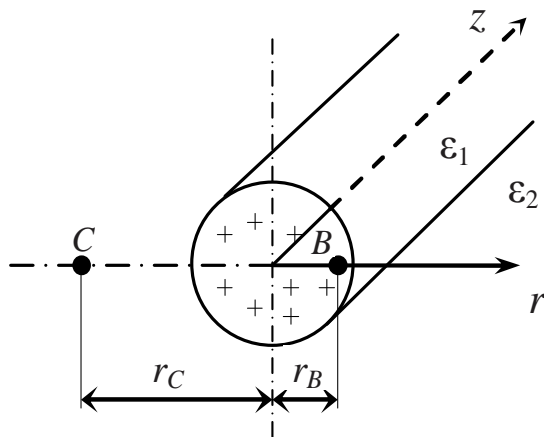


Рис. 1 Заряженный цилиндр

Свободный заряд ρ равномерно распределен по объему бесконечно длинного цилиндра радиуса A . Относительная диэлектрическая проницаемость цилиндра ϵ_1 , окружающей среды ϵ_2 . Вычислить потенциалы φ_B , φ_C и напряженности E_B , E_C в точках B и C . потенциал на оси цилиндра принять равным нулю. Построить график зависимости $\varphi(r)$ и $E(r)$.

Примечание

В индивидуальном задании указано: $\rho - [\frac{\text{Кл}}{\text{см}^3}]$; $A, r_B, r_C - [\text{см}]$;

ответы привести к размерности: $E_B, E_C - [\frac{\text{В}}{\text{см}}]$, $\varphi_B, \varphi_C - [\text{В}]$.

Методические указания

Задача решается в цилиндрической системе координат с помощью третьего уравнения Максвелла в интегральной форме $\oint_S \bar{D} \bar{d}s = \sum q_{\text{своб}}$. Вначале следует найти электрическую индукцию \bar{D}_B внутри цилиндра, далее по уравнению связи $\bar{D}_B = \epsilon \epsilon_0 \bar{E}$ найти \bar{E}_B . Затем следует найти \bar{D}_C и \bar{E}_C снаружи цилиндра аналогично.

Расчет потенциалов вести по формуле $\varphi = -\int_l \bar{E} \bar{d}l + C$.

Постоянные интегрирования C_1 и C_2 будут отличаться для решения внутри и снаружи цилиндра. Постоянная C_1 определяется из граничного условия $\varphi = 0$ при $r = 0$. Постоянная C_2 – из условия $\varphi_1 = \varphi_2$, при $r = A$. Значение $\epsilon_0 = 8,86 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Ф}}{\text{м}}$.

2. ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ В ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОМ ПОЛЕ

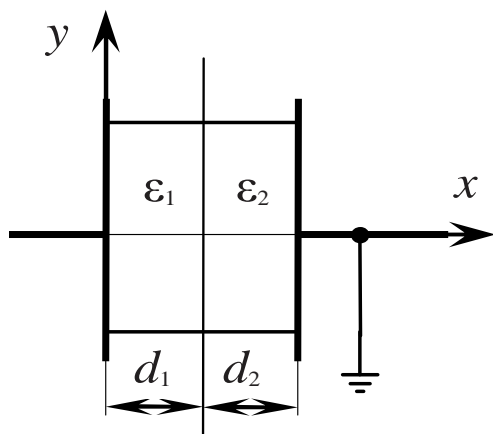


Рис. 2 Двухслойный конденсатор

Двухслойный плоский конденсатор включен под напряжение U . Определить напряженность \bar{E} , электрическое смещение \bar{D} , поляризацию \bar{P} в каждом слое.

Найти плотность свободных зарядов σ на пластинах конденсатора и плотность связанных зарядов $\sigma_{\text{связ}}$ на границе раздела диэлектриков.

Рассчитать емкость конденсатора на единицу площади.

Определить пробивное напряжение $U_{\text{проб}}$, если известны пробивные напряженности слоев $E_{\text{проб1}}$ и $E_{\text{проб2}}$.

Построить график распределения потенциала ϕ вдоль оси x .

Примечание

В индивидуальном задании указано: d_1, d_2 – [см], U – [кВ], $E_{\text{проб1}}$ и $E_{\text{проб2}}$ – [$\frac{\text{кВ}}{\text{см}}$]; ответы привести к размерности: E_1, E_2 – [$\frac{\text{кВ}}{\text{см}}$]; $D_1, D_2, P_1, P_2, \sigma, \sigma_{\text{связ}}$ – [$\frac{\text{пКл}}{\text{см}^2}$]; $U_{\text{проб}}$ – [кВ], C – [$\frac{\text{пФ}}{\text{см}^2}$].

Методические указания

При расчете напряженности следует воспользоваться определением напряжения $U = \int_a^b \bar{E} d\bar{l}$. Далее электрическое смещение \bar{D} и поляризация \bar{P} рассчитывается по уравнениям связи. Плотности зарядов вычисляются исходя из граничных условий. При расчете пробивного напряжения следует пользоваться граничными условиями $D_{n1} = D_{n2}$ на границе раздела диэлектриков и определением напряжения. При этом следует выбирать вариант, при котором в одном диэлектрике достигается пробивная напряженность поля, а в

другом согласно граничным условиям напряженность поля будет меньше пробивной. Значение $\varepsilon_0 = 8,86 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Ф}}{\text{м}}$.

3. ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОЕ ПОЛЕ ДВУХПРОВОДНОЙ ЛИНИИ

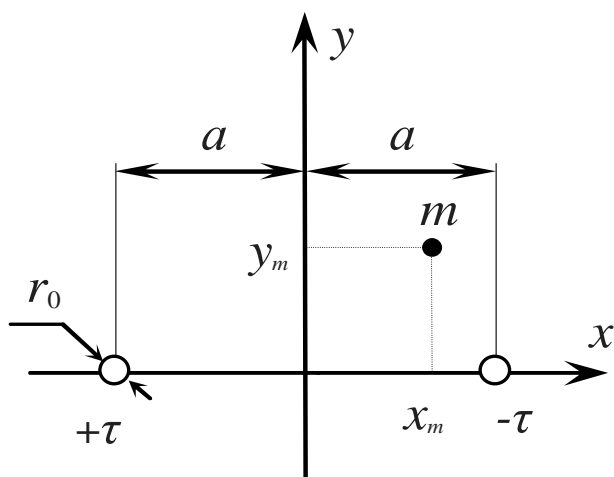


Рис. 3 Двухпроводная линия

Рассчитать напряженность поля E_m и потенциал φ_m в точке m с заданными координатами x_m, y_m в среде с диэлектрической проницаемостью $\epsilon = 1$ вблизи двухпроводной линии с радиусом провода r_0 и расстоянием между осями $2a$. Линия находится под постоянным напряжением U . Определить погонную емкость линии C . Принять $\varphi = 0$ на оси y .

Примечание

В индивидуальном задании указано: U – [кВ], a, x_m, y_m – [см], r_0 – [мм]; ответы привести к размерности: C – [$\frac{\text{пФ}}{\text{м}}$], φ_C – [кВ], E_m – [$\frac{\text{В}}{\text{см}}$].

Методические указания

Вначале следует рассчитать емкость двухпроводной линии по ее геометрическим размерам r_0 и $2a$, а затем найти линейную плотность заряда τ из определения емкости. Расчет потенциала и напряженности ведется по соответствующим формулам, причем при сложении векторов напряженности, создаваемых положительным и отрицательным зарядами следует складывать их проекции на оси x и y . Значение $\epsilon_0 = 8,86 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Ф}}{\text{м}}$.

4. СТАЦИОНАРНОЕ ПОЛЕ ПОСТОЯННОГО ТОКА

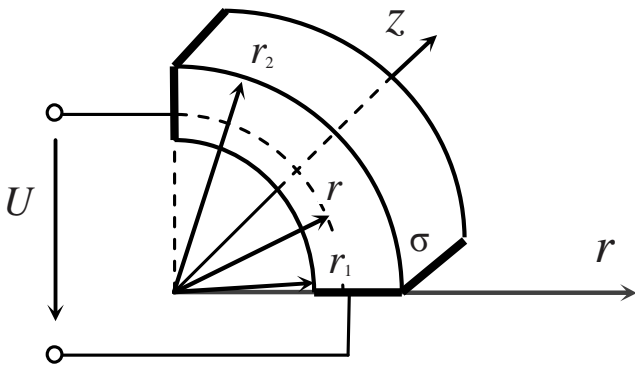


Рис. 4 Плоская пластина

Плоская пластина представляет собой $\frac{1}{4}$ диска с concentricки вырезанным круглым отверстием. Толщина пластины постоянна. Между краями диска поддерживается постоянное напряжение U . Удельная проводимость диска σ . Найти плотность тока в точке с радиусом R .

Примечание

В индивидуальном задании указано: $\sigma - [\frac{\text{Сим}}{\text{м}}]$, $U - [\text{В}]$, $r, r_1, r_2 - [\text{см}]$; ответы привести к размерности: $\delta - [\frac{\text{кА}}{\text{см}^2}]$.

Методические указания

При решении данной задачи в цилиндрической системе координат следует пользоваться определением напряжения $U = \int_a^b \bar{E} d\bar{l}$ для расчета напряженности поля \bar{E} , которая в заданной пластине имеет постоянную величину для любого радиуса R . Плотность тока определяется по закону Ома в дифференциальной форме $\bar{\delta} = \sigma \bar{E}$.

5. РАСЧЕТ ТОКА УТЕЧКИ В КОАКСИАЛЬНОМ КАБЕЛЕ

Изоляция коаксиального кабеля имеет удельную проводимость σ . Задан радиус жилы r_1 и внутренний радиус оболочки r_2 . Между жилой и оболочкой поддерживается постоянное напряжение U .

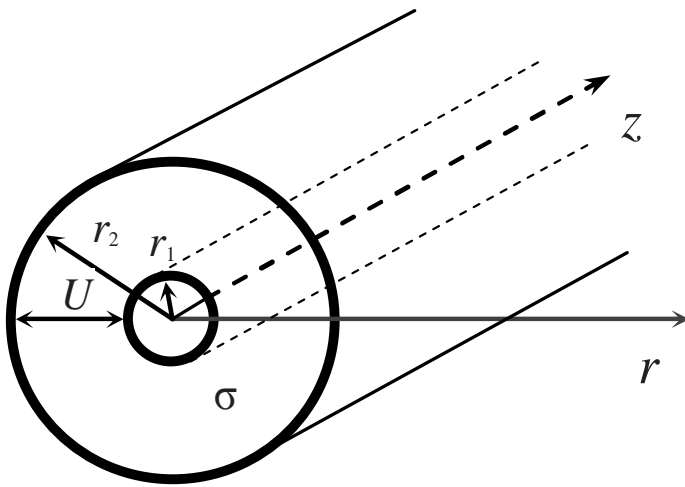


Рис. 5 Коаксиальный кабель

Определить проводимость G и ток утечки I на единицу длины кабеля. Найти плотность тока утечки δ_1 и δ_2 у поверхности жилы и оболочки соответственно. Рассчитать удельную мощность p_1 и p_2 , выделяющуюся в тех же точках, и мощность потерь P в изоляции кабеля на единицу длины.

Примечание

В индивидуальном задании указано: $\sigma - [\frac{\text{Сим}}{\text{см}}]$, $U - [\text{В}]$, $r_1, r_2 - [\text{см}]$; ответы привести к размерности: $G - [\frac{\text{нСм}}{\text{см}}]$, $I - [\frac{\text{мкА}}{\text{см}}]$, $\delta_1, \delta_2 - [\frac{\text{мкА}}{\text{см}^2}]$, $p_1, p_2 - [\frac{\text{мкВт}}{\text{см}^3}]$, $P - [\frac{\text{мкВт}}{\text{см}}]$.

Методические указания

Ток утечки в коаксиальном кабеле течет через диэлектрик от жилы к оболочке. Плотность тока утечки постоянна в пределах диэлектрика на любом неизменном расстоянии от оси симметрии. Интегрирование плотности тока по любой поверхности цилиндра, соосного с жилой (в пределах диэлектрика), позволяет определить ток утечки. Проводимость утечки рассчитывается по закону Ома. Удельная мощность определяется по закону Джоуля-Ленца в дифференциальной форме. Мощность потерь в изоляции рассчитывается по тому же закону в интегральной форме.

6. УРАВНЕНИЕ МАКСВЕЛЛА В ИНТЕГРАЛЬНОЙ ФОРМЕ ДЛЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

По проводнику, выполненному в виде трубы, протекает постоянный ток I . Проводник находится в воздушной среде. Внутренний радиус трубы r_1 , внешний радиус r_2 .

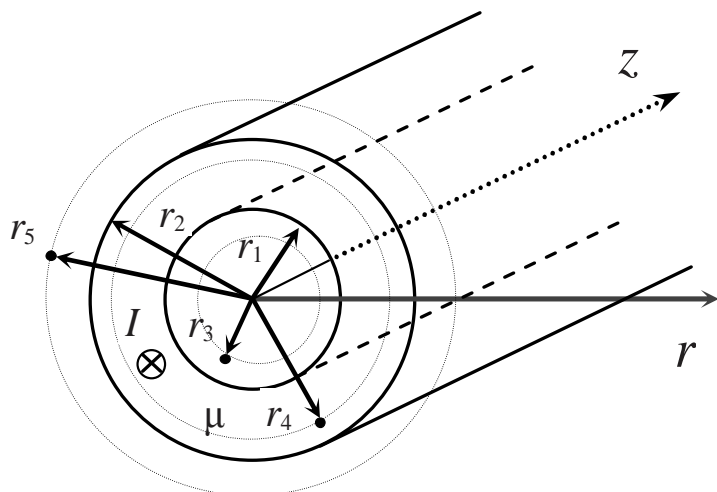


Рис. 6 Цилиндрический проводник

Определить напряженность H и индукцию B магнитного поля в точках с радиусами r_3 , r_4 , r_5 . Считать, что длина трубы гораздо больше ее радиуса. Построить зависимости $H(r)$ и $B(r)$.

Примечание

В индивидуальном задании указано: I – [А], r_1, r_2, r_3, r_4, r_5 – [см]; ответы привести к размерности: B_3 – [Тл], B_4 – [мТл], B_5 – [мкТл], H_3, H_4, H_5 – [$\frac{A}{cm}$].

Методические указания

При решении данной задачи следует пользоваться первым уравнением Максвелла в интегральной форме $\oint_l \vec{H} \cdot \vec{dl} = \sum I$. В качестве контура l следует выбирать окружности с радиусами R_3, R_4 и R_5 , для которых выполняются условия $\vec{H} \parallel \vec{dl}$ и $H = const$, что позволяет упростить левую часть уравнения. В правой части следует определить ток, охватываемый контуром l . Для расчета в точке с радиусом R_4 считать, что плотность тока распределена равномерно по поперечному сечению трубы. Значение $\mu_0 = 12,56 \cdot 10^{-7} \frac{\Gamma_H}{M}$.

7. ВЕКТОРНЫЙ МАГНИТНЫЙ ПОТЕНЦИАЛ

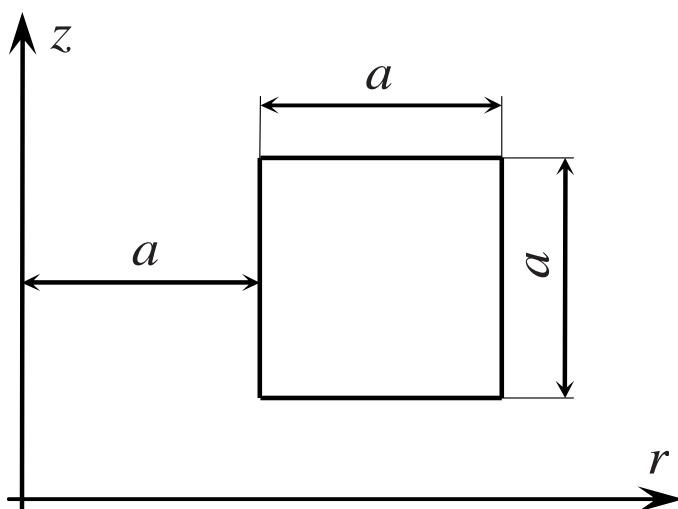


Рис. 7 Контур в магнитном поле

Векторный магнитный потенциал в цилиндрической системе координат задан выражением $\bar{A} = \bar{z}_0 k r^2$. Определить магнитный поток Φ , пронизывающий контур с размерами $a \times a$ и магнитную индукцию \bar{B} в точке с координатой r .

Примечание

В индивидуальном задании указано: $k - [\frac{\text{Вб}}{\text{м}^3}]$; $a, r - [\text{см}]$; ответы привести к размерности: $B - [\text{мТл}]$, $\Phi - [\text{мкВб}]$.

Методические указания

Для расчета индукции следует воспользоваться определением векторного магнитного потенциала $\bar{B} = \text{rot} \bar{A}$ и записью ротора в цилиндрической системе координат

$$\text{rot } \bar{A} = \begin{vmatrix} \frac{1}{r} \cdot \bar{r}_0 & \bar{\alpha}_0 & \frac{1}{r} \cdot \bar{z}_0 \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \alpha} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_r & r A_\alpha & A_z \end{vmatrix}$$

Для расчета магнитного потока следует использовать его связь с циркуляцией векторного магнитного потенциала $\Phi = \oint_l \bar{A} d\bar{l}$.

8. РАБОТА В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

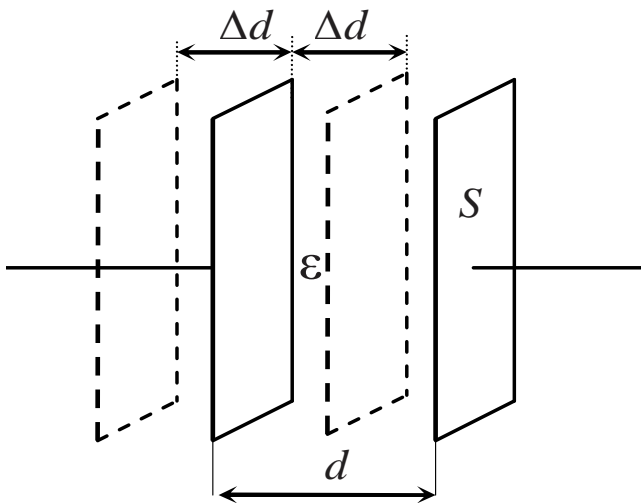


Рис. 8 Плоский конденсатор

Найти работу A , которую нужно совершить против сил поля, чтобы расстояние между пластинами d :

а) увеличилось на Δd ;

б) уменьшилось на Δd .

Площадь пластины конденсатора S , относительная диэлектрическая проницаемость ϵ .

Задачу решить в двух случаях:

а) конденсатор подключен к источнику постоянного напряжения U ;

б) конденсатор заряжен от источника постоянного напряжения U и отключен.

Примечание

В индивидуальном задании указано: S – [мм²], U – [В], Δd , d – [мм]; ответы привести к размерности: A – [пДж].

Методические указания

Работу против сил поля следует рассчитывать как изменение энергии конденсатора, у которого будет изменяться емкость при перемещении пластин, причем в первом случае напряжение на конденсаторе остается постоянным, а во втором – постоянным остается заряд. Значение $\epsilon_0 = 8,86 \cdot 10^{-12} \frac{\Phi}{\text{м}}$.

9. СИЛА В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

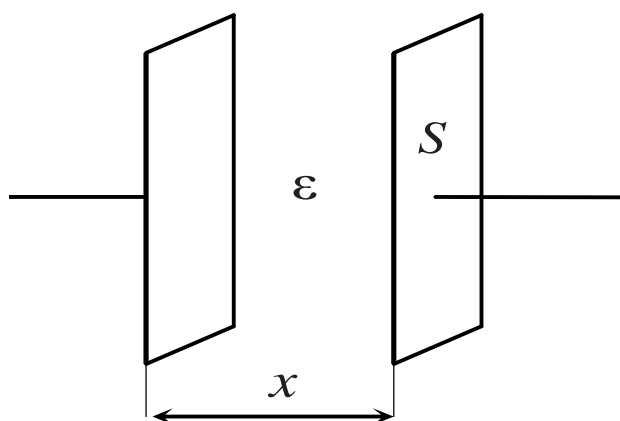


Рис. 9 Плоский конденсатор

Найти зависимость силы взаимодействия двух пластин плоского конденсатора на расстоянии x между ними. Площадь пластин S , относительная диэлектрическая проницаемость ϵ . Задачу решить в двух случаях:

- конденсатор подключен к источнику постоянного напряжения U ;
- конденсатор был подключен к источнику постоянного напряжения U при расстоянии между пластинами d , мм, а затем источник был отключен.

Примечание

В индивидуальном задании указано: S – [мм²], U – [В], d – [мм]; ответы привести к размерности: F – [нН].

Методические указания

Сила взаимодействия пластин конденсатора определяется как градиент энергии электрического поля, причем для рассматриваемого однородного поля градиент будет ненулевым только по оси x . В первом случае напряжение на конденсаторе остается постоянным, а во втором – постоянным остается заряд. Значение $\epsilon_0 = 8,86 \cdot 10^{-12} \frac{\Phi}{\text{м}}$.

10. РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ В ПРОВОДЯЩЕЙ СРЕДЕ

Электромагнитная волна падает на плоскую поверхность проводящей среды, граничащую с воздухом.

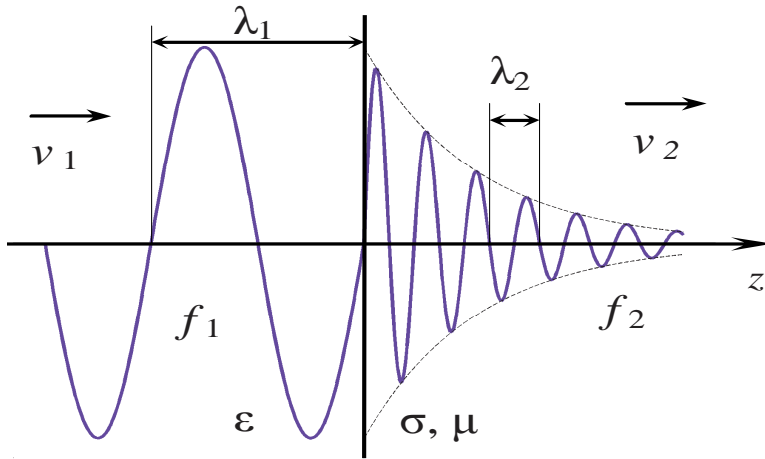


Рис. 10 Электромагнитная волна

Определить глубину проникновения волны z_0 и постоянную распространения α . Найти отношение k длин волн λ_1, λ_2 и скоростей распространения v_1, v_2 в воздухе и в проводящей среде соответственно.

Частота волны f , параметры среды:

удельная проводимость σ и относительная магнитная проницаемость μ заданы.

Примечание

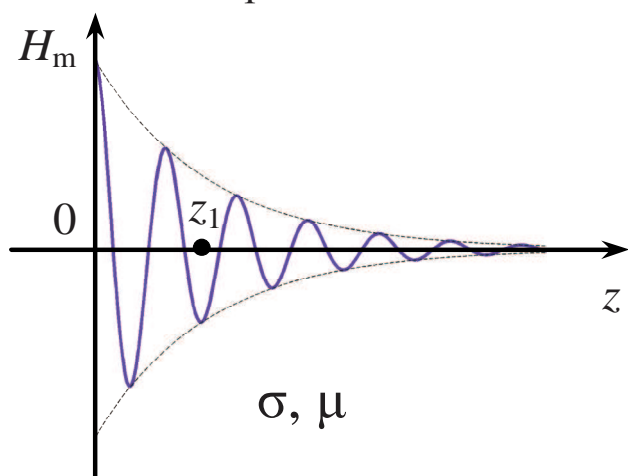
В индивидуальном задании указано: f – [Гц], σ – [$\frac{\text{Сим}}{\text{м}}$]; ответы привести к размерности: z_0 – [мкм], α – [м^{-1}].

Методические указания

Для расчета искомых величин следует воспользоваться решением уравнения Гельмгольца для проводящей среды $\nabla^2 \dot{H} = \underline{\gamma}^2 \dot{H}$ в виде $\dot{H} = \dot{A}_1 e^{-\underline{\gamma}z} + \dot{A}_2 e^{\underline{\gamma}z}$ где $\underline{\gamma} = \sqrt{j\omega\mu\sigma}$ – коэффициент распространения волны. Значение $\mu_0 = 12,56 \cdot 10^{-7} \frac{\text{Гн}}{\text{м}}$.

11. ПОВЕРХНОСТНЫЙ ЭФФЕКТ

В проводящей среде в направлении оси z распространяется плоская электромагнитная волна.



Относительная магнитная проницаемость среды μ , удельная проводимость σ , частота волны f . В точке, координата z которой выбрана равной нулю, напряженность магнитного поля $H = H_{0m} \sin \omega t$.

Найти мгновенное значение напряженностей электрического и магнитного полей в точке с координатой z_1 .

Рис. 11 Плоская затухающая волна

Примечание

В индивидуальном задании указано: $H_{0m} - [\frac{A}{cm}]$, $Z - [cm]$, $\sigma - [\frac{Cим}{m}]$, $f - [Гц]$; ответы привести к размерности: $\alpha - [m^{-1}]$, $H - [\frac{mA}{cm}]$, $E - [\frac{mB}{cm}]$, $\arg(\dot{H})$ и $\arg(\dot{E}) - [градусы]$.

Методические указания

Для расчета искомых величин следует воспользоваться решением уравнения Гельмгольца для проводящей среды $\nabla^2 \dot{H} = \underline{\gamma}^2 \dot{H}$ в виде $\dot{H} = \dot{A}_1 e^{-\underline{\gamma} z} + \dot{A}_2 e^{\underline{\gamma} z}$, где $\underline{\gamma} = \sqrt{j\omega\mu\mu_0\sigma}$ – коэффициент распространения волны. Проводящую среду считать полубесконечной, отраженной волной пренебречь, а постоянную интегрирования принять $\dot{A}_1 = \dot{H}_0$. При расчете E использовать волновое сопротивление $\underline{\xi} = \frac{\underline{\gamma}}{\sigma}$. Значение $\mu_0 = 12,56 \cdot 10^{-7} \frac{Гн}{m}$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи: учебник для вузов. 10-е изд., М.: Гардарики, 2002. 638 с.
2. Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники. Электромагнитное поле: учебник для студентов высших учебных заведений. 10-е изд., стер. М.: Гардарики, 2003. 317 с.
3. Сборник задач по теоретическим основам электротехники: учебное пособие для студентов вузов; под ред. Л. А. Бессонова. М.: Высшая школа, 2003. 528 с.
4. Теоретические основы электротехники: учебник для вузов / К. С. Демирчян [и др.]. СПб : Питер, 2003. Т. 1. 2003. 463 с.
5. Теоретические основы электротехники: учебник для вузов / К. С. Демирчян [и др.]. СПб : Питер, 2003. Т. 2. 2003. 576 с.
6. Теоретические основы электротехники: учебник для вузов / К. С. Демирчян [и др.]. СПб : Питер, 2003. Т. 3. 2003 . 377 с.
7. Лукманов В. С. Теоретические основы электротехники: учебное пособие для студентов вузов. Уфа: УГАТУ, 2005. Ч. 1. Теория линейных электрических цепей. 2005. 120 с.
8. Лукманов В. С. Теоретические основы электротехники: учебное пособие для вузов. Уфа: УГАТУ, 2005. Ч. 3: Теория электромагнитного поля. 2005. 91 с.

Составители: ЛУКМАНОВ Виталий Сабирович
ПАРФЕНОВ Евгений Владимирович
КРАЙНОВА Татьяна Михайловна
ЕНГАЛЫЧЕВ Ильгиз Рафикович

ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ

Практикум
по дисциплине
«Теория электромагнитного поля»

Подписано в печать Формат 60×84 1/16.

Бумага офсетная. Печать плоская.

Усл. печ. л. 6,0 Усл. кр.-отт. 5,9 Уч.-изд. л. 5,9

Гарнитура Times New Roman Cyr.

Тираж экз.

Заказ №

ФГБОУ ВПО «Уфимский государственный
авиационный технический университет»

Центр оперативной полиграфии УГАТУ
450000, Уфа-центр, ул. К. Маркса, 12